

# contribution à l'étude de la prévision des éruptions volcaniques application de la Soufrière

G. AYMERIC - M. PERRIER

Elèves de 3<sup>e</sup> année à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (E.N.S.A.M., Paris)

C. PHILIPPE

Professeur à l'E.N.S.A.M., Paris

J.P. POZZI

Maître de recherches au C.N.R.S., Paris

## 1. INTRODUCTION

Le caractère de cataclysme des éruptions volcaniques a été rappelé le 18 mai 1980 avec l'activité du Mont Saint-Helens dans la chaîne des Cascades aux Etats-Unis. Des roches dans un champ magnétique faible subissent une variation d'aimantation sous l'action d'un état de contraintes. Nous pouvons penser que la mesure de cette variation d'aimantation au niveau du sol, dans le cas d'éruption volcanique qui s'étend sur une faible durée de temps, caractériserait l'apparition des phénomènes donc permettrait une prévision du risque.

L'instabilité de la chambre magmatique provient de différents facteurs :

— le refroidissement naturel qui provoque la diminution de la solubilité des gaz et un accroissement de pression,

— l'instabilité par variation de pression totale, il y a décompression à l'apparition de fissures,

— l'instabilité par injection de magma dense qui provoque un déséquilibre et un apport d'énergie important,

— l'instabilité par injection de magma dans une chambre riche en gaz, il y a réalimentation en magma et une surpression due aux gaz qui se dégagent sous l'action de la température. La Soufrière appartient à ce dernier type.

Dans tous les cas, le résultat est une augmentation de la pression dans la chambre magmatique qui entraîne une augmentation des contraintes dans le volcan. Ce sera la première partie de nos calculs. Ensuite, compte tenu de la relation expérimentale variation de contrainte-variation de magnétisme, nous calculons la variation de magnétisme et établissons dans la zone du volcan la modification de la distribution du champ magnétique. La mesure de ces modifications réalisée in situ permet d'en déduire l'état des contraintes, des déformations et donc de prévoir la rupture de la roche compte tenu de son comportement mécanique.

## 2. MÉTHODE UTILISÉE

### 2.1. Utilisation d'un logiciel (Méthode des éléments finis)

Nous utilisons le programme Nastran implanté sur l'U.N.I.V.A.C. 1110 de la Faculté des Sciences d'Orsay. Les éléments utilisés sont des tores à sections triangulaires ou rectangulaires.

Le champ de déplacement  $\vec{u}$  (M) cinématiquement admissible est à deux composantes  $u, v$ .

Les fonctions de base dans les éléments sont linéaires en  $(x_1, x_2)$ .

Le maillage est généré par un programme de maillage automatique mis au point à l'E.N.S.A.M. (fig. 2).

### 2.2. Modèle

Des relevés topographiques montrent que la modélisation du volcan de la Soufrière par un tronç de cône constitue une bonne approximation sur un arc de 120° environ. Son profil est considéré axisymétrique. Une étude théorique (théorie des écrans) vérifiée par des mesures en place ont permis de situer la chambre magmatique à une profondeur de 6 km. Son diamètre est évalué à 1 km.

L'analyse des roches du volcan montre qu'elles sont constituées d'andésite. De plus les fissures existantes sont gorgées d'eau. Nous admettons que ces défauts sont répartis de manière aléatoire, ce qui nous permet de formuler les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie. Le comportement du milieu étant considéré élastique, il est nécessaire de déterminer le module d'élasticité linéaire et le coefficient de Poisson. La mesure de la vitesse des ondes sismiques donne :

$$E = 30\,000 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,25$$

Ces valeurs sont confirmées par une recherche bibliographique.

La structure est chargée à partir d'un état d'équilibre entre la pression magmatique et le poids propre. Une surpression  $\Delta p = 10 \text{ MPa}$  est introduite dans la chambre magmatique. Par cette méthode, nous évitons de situer chronologiquement le chargement : l'accroisse-

ment  $\Delta p$  a son origine sur la courbe  $\sigma(\epsilon)$  mais qui n'est pas obligatoirement confondu avec l'origine des axes. Ceci est nécessaire car dans l'historique du chargement, peuvent figurer des périodes de comportement non réversible. Les conditions aux limites en déplacement sont imposées par l'axisymétrie AB ou par des considérations d'encastremets. La figure 1 montre les déplacements libres  $u$  et  $v$  et les déplacements imposés nuls  $u$  et  $v$ .

Dans un système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , la structure et les charges admettent le même axe de révolution  $(z)$ . Le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\sigma(M)/r\theta z = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & 0 & \sigma_{rz} \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ \sigma_{rz} & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

La figure 3 donne la distribution des contraintes principales aux bords de la chambre magmatique.

### 3. CALCUL DE LA VARIATION DU CHAMP MAGNÉTIQUE

#### 3.1. Etude expérimentale

Des essais en laboratoire de compression, décompression et traction uniaxiales ont montré qu'il existe une relation contrainte-aimantation dans la roche. Les figures 4 et 5 montrent l'évolution de l'aimantation en fonction de la contrainte respectivement, pour un champ magnétique appliqué parallèlement et perpendiculairement à la contrainte. A partir d'un état initial (O) on applique un champ magnétique d'une intensité comparable à celle du champ terrestre (A) puis on comprime l'échantillon : l'aimantation augmente continuellement avec la contrainte. Lorsque la contrainte maximale est atteinte (B), la décomposition fait évoluer l'aimantation sur une courbe proche d'une droite (BC) qui traduit l'existence d'une hystérésis. Lors des recompressions ultérieures, l'aimantation décrit réversiblement la courbe BC tant que la contrainte ne dépasse pas l'intensité maximale atteinte précédemment. On supposera que les roches du massif volcanique ont subi dans

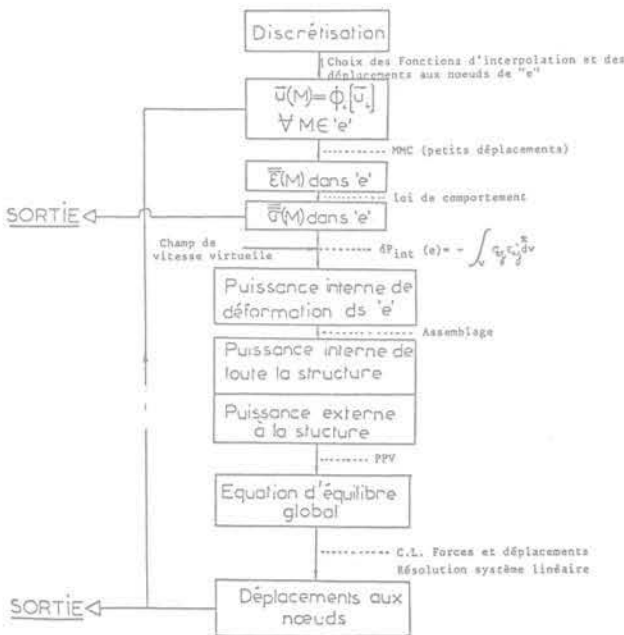


Fig. 1a. — Organigramme d'étude.

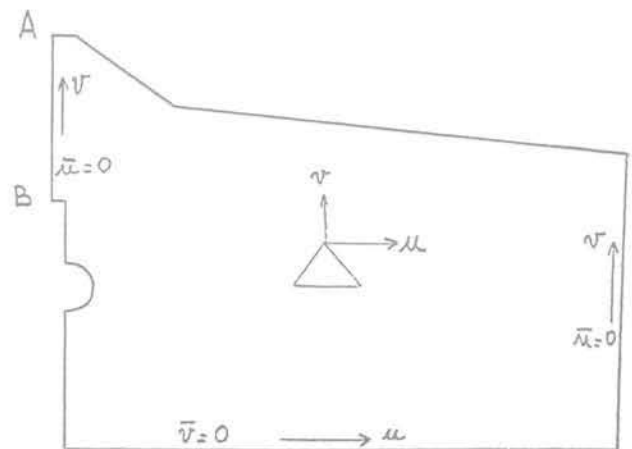


Fig. 1b. — Déplacements imposés  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ .

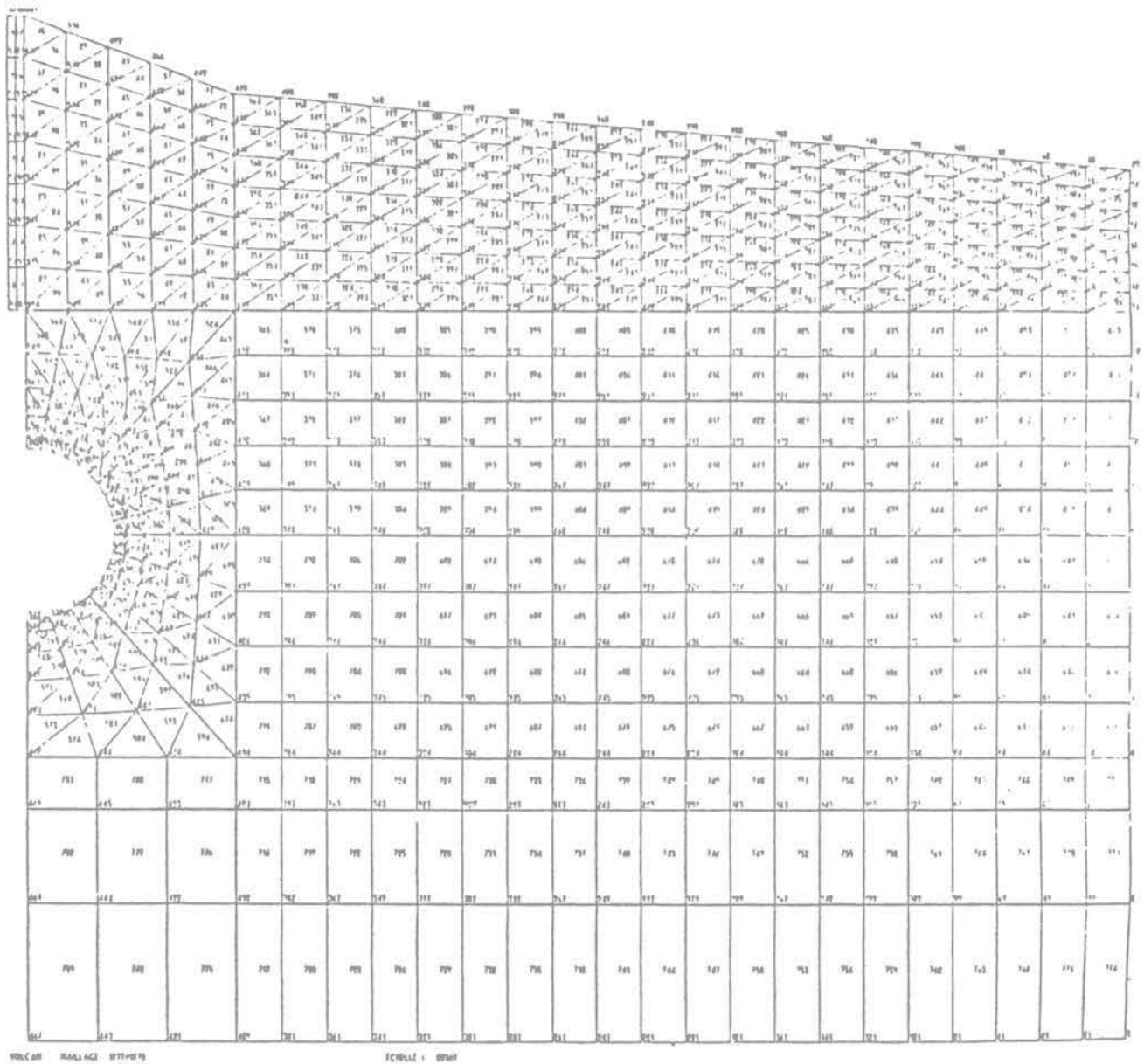


Fig. 2. — Le maillage du volcan.

le passé au moins une fois une contrainte importante : c'est donc la pente des courbes BC qui permettra de définir des changements réversibles d'aimantation en fonction de la contrainte.

Les changements de l'aimantation  $J$  en fonction de la contrainte  $\sigma$  s'expriment par la relation tensorielle :

$$\Delta J_i = P_{ijkn} \Delta \sigma_{kn} J_{oj}$$

$P_{ijkn}$  est un terme du tenseur piézomagnétique. En utilisant le principe de superposition dans les trois directions principales et en supposant l'isotropie de la roche on peut écrire la relation simplifiée suivante :

$$\frac{\Delta J_i}{J_i} = Q_1 \sigma_{11} - Q_2 (\sigma_{22} + \sigma_{33})$$

les autres formules étant obtenues par permutation circulaire sur les indices 1, 2 et 3.

$Q_1$  et  $Q_2$  étant les pentes des deux droites BC citées précédemment (fig. 4 et 5).

Ces relations peuvent être affinées en tenant compte de la pression de confinement due au poids propre, mais les approximations faites par ailleurs ne justifient pas cette précision d'autant plus que la différence des pentes est minime d'une part et que le calcul de la variation d'anomalie magnétique en fonction de la variation de contrainte suppose la roche dans un état de contraintes donné d'autre part.

Cette remarque justifie ce calcul sous l'action d'un accroissement de pression dans la chambre magmatique.

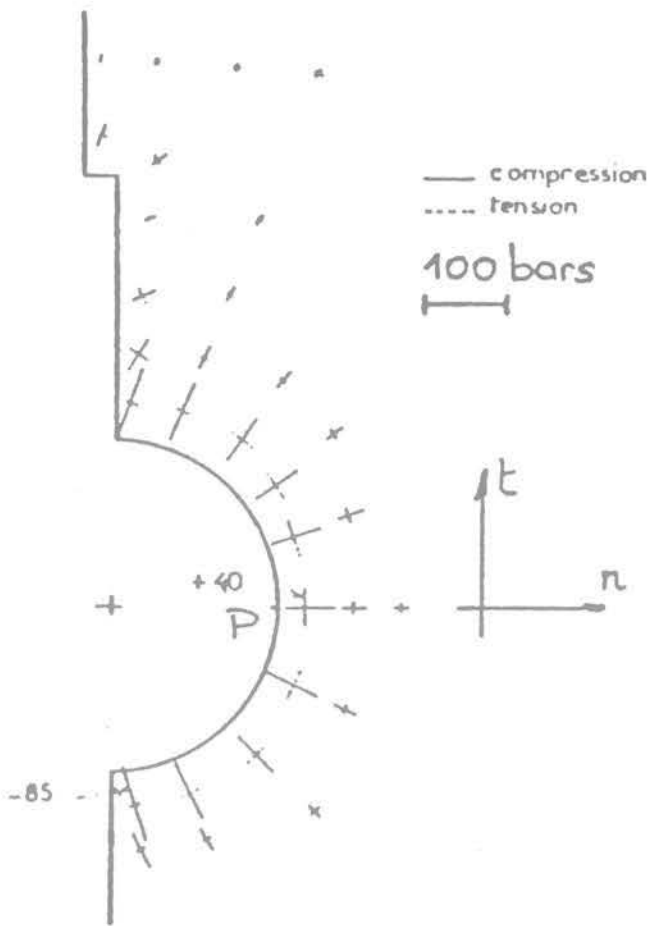


Fig. 3.

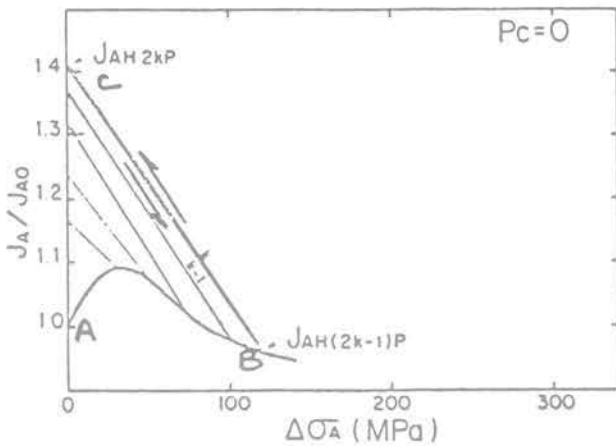


Fig. 4.

### 3.2. Méthode de calcul

En utilisant la théorie du champ magnétique créé par un dipole de moment dipolaire  $M$  dans la direction  $\alpha$  soit :

$$B_x^\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3xz}{r^5} M_\alpha$$

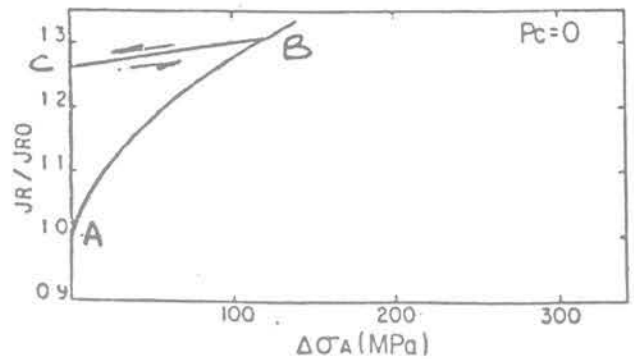


Fig. 5.

$$B_y^\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3yz}{r^5} M_\alpha$$

$$B_z^\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3z^2 - r^2}{r^5} M_\alpha$$

le champ total est la somme des champs élémentaires produits par les éléments toriques découpés radialement dans chaque tore défini par le maillage du profil axisymétrique (fig. 6).

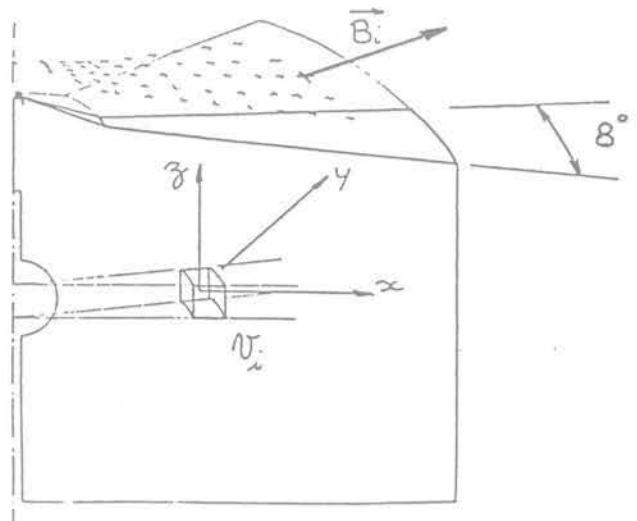


Fig. 6.

Nous avons vérifié qu'un découpage en secteurs de  $8^\circ$  (45 secteurs) suffit pour que chaque élément soit assimilable à un doublet pour la hauteur de mesure choisie. Le calcul des contraintes effectué précédemment permet de calculer dans le repère principal la variation du moment dipolaire  $\Delta M = V \cdot \Delta J$ , où  $V$  représente le volume d'un parallélépipède élémentaire. La valeur du champ induit se déduit simplement :

$$B_I^I = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3x^2 - r^2}{r^5} M_I$$

$$B_I^{II} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3xy}{r^5} M_{II}$$

$$B_I^{III} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3xz}{r^5} M_{III}$$

B<sub>2</sub> et B<sub>3</sub> sont obtenus par permutation circulaire sur x, y, z. On obtient la composante sur 1 (respectivement 2 et 3) par :

$$B_1 = B_1^I + B_2^II + B_3^III \text{ (resp. 2 et 3)}$$

On obtient B dans le repère terrestre en faisant la somme pour tous les éléments du maillage pour lesquels la température ne dépasse pas 600 °C. En effet la présence du point de Curie, annulant l'effet magnétique, nous amène à évaluer la température de la roche à l'intérieur du volcan. La méthode des différences finies peut être utilisée compte tenu des valeurs peu précises que nous avons aux limites du massif. Le problème traité reste plan (indépendant de θ). L'équation de la chaleur :

$$p.C_p \cdot \frac{\rho T}{\rho t} - \text{div} (k \cdot \text{grad. } T) = \dot{q} (t, x, y, \sigma).$$

nous supposons le régime établi et remplaçons la présence de la source  $\dot{q}(x, y)$  par une condition limite aux bords de l'inclusion magmatique T = constante. La figure 7 indique le choix des conditions limites. La température ainsi obtenue aux 140 nœuds du maillage, nous calculons la valeur aux barycentres du maillage Nastran en supposant une répartition linéaire bidimensionnelle. Sur la figure 8, nous avons repéré les roches dont la température est supérieure à 600 °C.

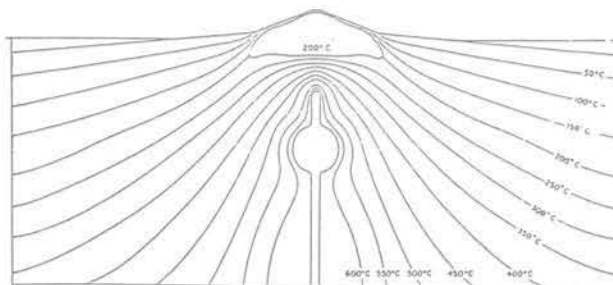


Fig. 7.

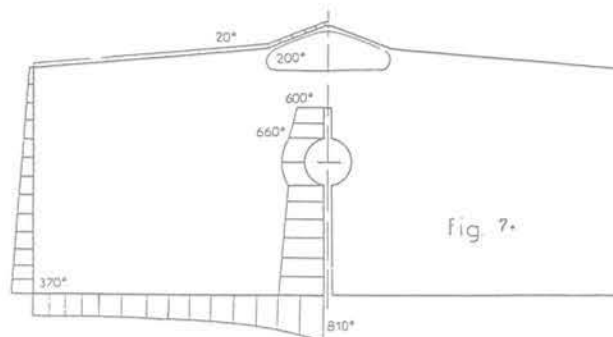


Fig. 8.

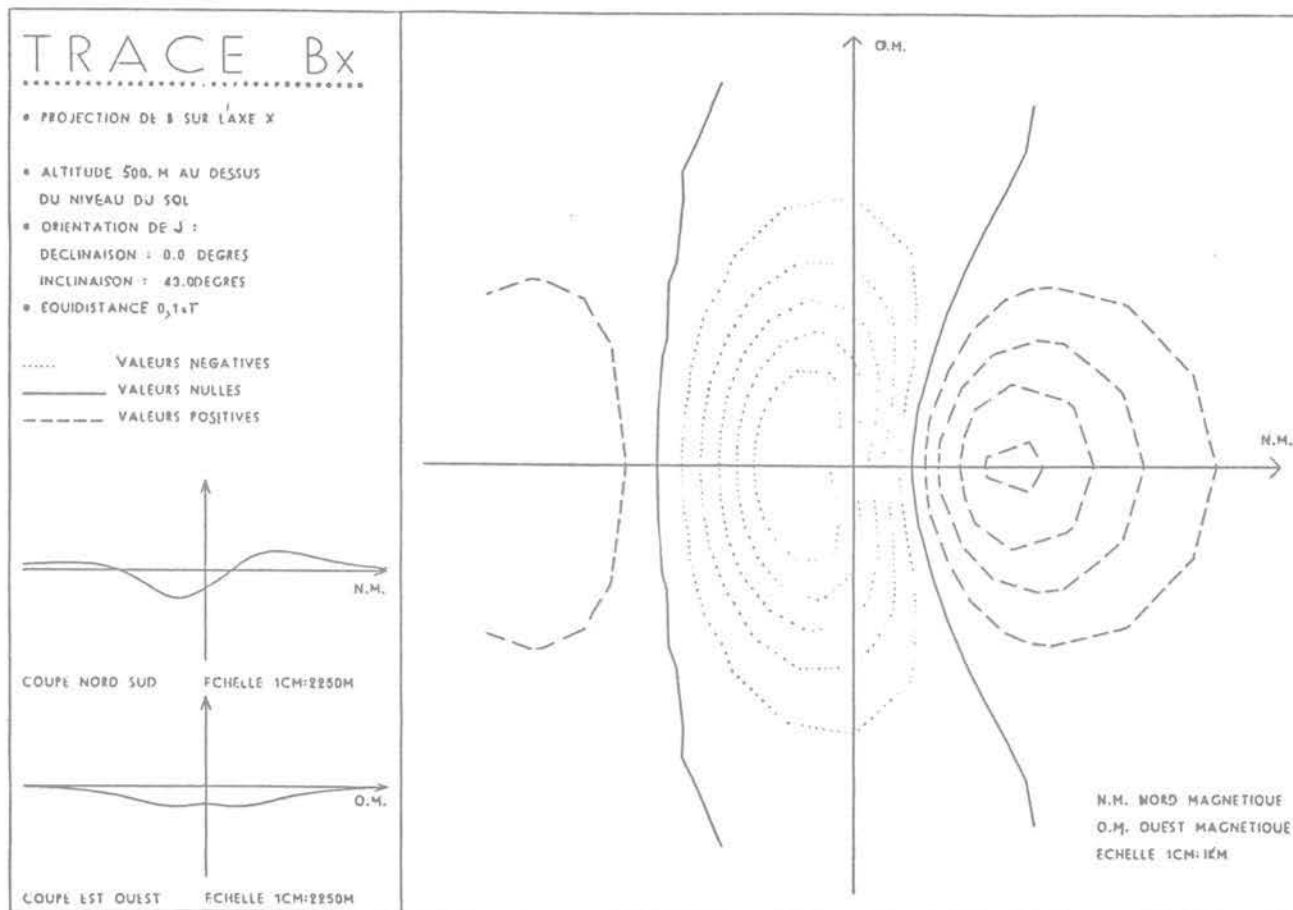


Fig. 9.

La grandeur mesurable expérimentalement lors de poussée magmatique étant la projection de  $B$  sur la direction du champ magnétique terrestre, on calcule cette valeur :

$$\text{proj. } B = B_x \cos I - B_z \sin I.$$

où  $I$  représente l'inclinaison du champ terrestre à l'endroit considéré (voir le groupe de figures 9, 10, 11 à titre indicatif).

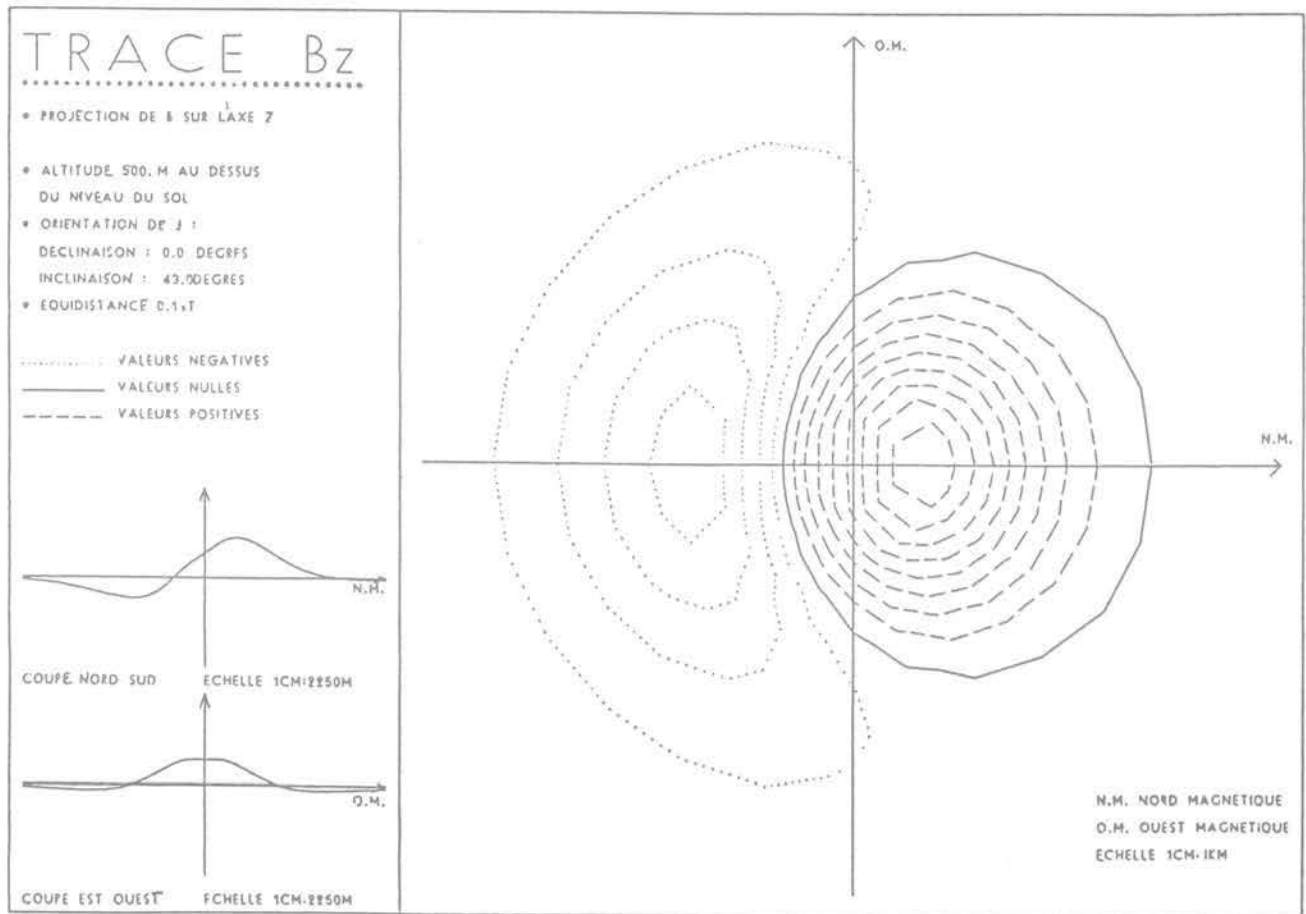


Fig. 10.

## 4. CONCLUSION

### 4.1. Validité du modèle

L'île de la Guadeloupe n'est pas un îlot circulaire dans la pointe sud de l'île. Le modèle mécanique utilisé ne tient pas compte du massif de montagne qui se trouve au nord du volcan. L'hypothèse d'axisymétrie n'est évidemment pas rigoureusement acceptable. Il faut noter cependant que celle-ci est mieux vérifiée sur la partie accessible du volcan, sur laquelle sont effectués les relevés. De plus on constate que sur les bords du modèle, il n'y a pratiquement pas de variation de contrainte due à la surpression imposée. La géométrie du modèle est assez correcte même si les formes du canal d'alimentation et de la chambre magmatique peuvent être jugées trop précises car les concentrations de contraintes enregistrées ne sont pas prises en compte, la température à cet endroit étant supérieure à 600 °C.

Le milieu étudié est considéré linéaire élastique. La loi de comportement de la roche peut être améliorée par la définition d'un critère de plasticité. Pour cela il est possible de mettre en évidence par différents essais de compression triaxiale un seuil d'endommagement de la roche traduisant le fait que si elle peut supporter des compressions hydrostatiques considérables, il se produit une décohésion ne lui permettant plus de subir un nouveau chargement pour lequel le déviateur serait trop important. La définition des lois de comportement constituerait une amélioration importante de cette étude et augmenterait la validité des résultats.

La définition des conditions limites aux extrémités du modèle peut être imprécise par endroit. L'espacement du maillage pour le calcul des contraintes et le fait que l'aimantation évolue selon l'inverse du cube de la distance atténue l'importance de ce choix.

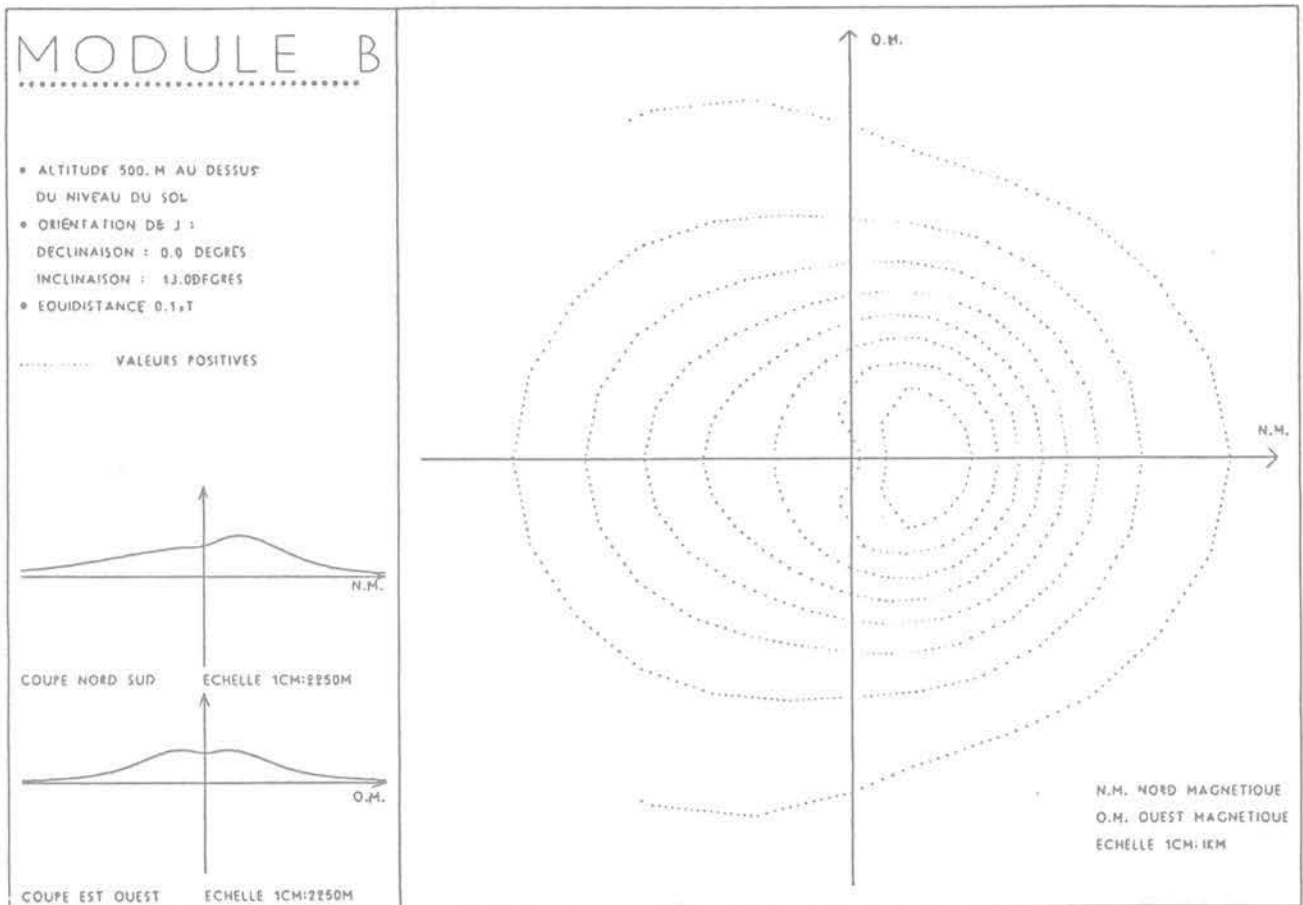


Fig. 11.

**4.2. Importance des résultats**

Il faut noter que le programme informatique réalisé est facilement adaptable à d'autres volcans. La partie «Données modifiables» permet de faire varier certains paramètres comme:

- l'inclinaison de J;
- les coefficients  $Q_1$  et  $Q_2$  caractérisant la loi contrainte-aimantation en fonction du lieu géographique et de la nature de la roche.

Le calcul des contraintes peut être tridimensionnel. Il est donc tout à fait possible de traiter des volcans plus complexes.

En exemple, le volcan de la Fougasse à la Réunion est constitué de blocs, et la chambre magmatique est conique. Nous essayons actuellement de mettre au point un programme de blocs (rigides, simplement déformables et pleinement déformables) qui prend en compte la configuration morcelée du massif.

La suppression en période de crise permettrait d'ouvrir une fissure verticale apparaissant au sommet de la chambre magmatique. Le milieu étudié, dans l'hypothèse d'élasticité linéaire permettrait par homothétie d'obtenir les valeurs de B. L'ordre de grandeur de la

modification du champ magnétique est de l'ordre du gamma, ce qui est encourageant dans la poursuite de l'étude par ce moyen de prévention des éruptions et des séismes car cette variation est parfaitement mesurable.

**Remarque**

Cette étude a été entreprise dans le cadre de projets de fin d'études réalisés sur plusieurs années à l'École Nationale Supérieure des Arts et Métiers à Paris.

Les élèves-ingénieurs qui ont participé à ce travail ont toujours montré une attention et un esprit d'initiative prouvant l'intérêt d'une collaboration entre deux branches d'activités distinctes telles que la mécanique des milieux continus et la géophysique.

**BIBLIOGRAPHIE**

1. *Cordillères, séismes et volcan.* — Bibliothèque Laffont des Grands Thèmes.
2. *The surveillance and prediction of volcanic activity.* — A review of method and Techniques U.N.E.S.C.O.

3. BERKELEY. — *Electricité et magnétisme*. — Cours de physique, vol. 2, éditions Armand Colin, 1964.
4. *La dérive des continents, la tectonique des plaques*. — Bibliothèque pour la Science, 1980.
5. DE LA RUE, E.A. — *L'homme et les volcans*.
6. STRACEY, F.D.; BARR, K.; ROBSON, G.R. — *Volcano-magnetic effect*.
7. BELLAIR ET POMEROL — *Eléments de géologie*. — Edition Armand Colin, 1979.
8. BHATTACHARVYA, B.K. — *Magnetic anomalies due to prism shaped bodies with arbitrary polarization geophysics*. — V, 29, pp. 517-531, 1964.
9. WILLIAM; FULLER; BROWN — *Irreversible magnetic effect of stress*.
10. CAILLEUSE, A. — *L'anatomie de la terre*. — Editions P.U.F., 1978.
11. DARLING, D.H. et M.P. — *La dérive des continents, conceptions nouvelles*. — Traduit de l'anglais par Doin, 1980.
12. DAVIS, P.M. — *The computed piezomagnetic anomaly field for kilavea volcano Hawaii*.
13. KRAFFT, M. — *La terre est une planète vivante*. — Editions Hachette, 1978.
14. KUNARATNAM, K. — *Simplified expressions for the magnetic anomalies due to vertical rectangular prisms*. — 1981.
15. LEMOUEL, J.L. — «*Le champ magnétique*». — Traité de géophysique, éditions Coulomb-Masson.
16. POZZI, J.P. — *Effet de pression en magnétisme des roches*. — Thèse de doctorat ès sciences physiques à l'Université de Paris VI, 1973.
17. POZZI, J.P. — *Effects of stresses on magnetic properties of volcanic rocks*. — Physics of the Earth and Planetary interiors, vol. 14, pp. 77-85.
18. POZZI, J.P.; ZLOTNICKI, J. — *Les variations d'aimantation des roches et le problème des contraintes dans la couche terrestre*. — Physics of the Earth and Planetary interiors.
19. RITTMANN, A. — *Les volcans et leur activité*. — Editions Masson, 1963.
20. ROTHE — *Séismes et volcans*.
21. TALOBRE, J.A. — *Mécanique des roches*.
22. TRIKTAKE; YOKOYAMA, I. — *Volcanic activity and charges in géomagnetism*. — Journal of Geophysical Research, vol. 60, p. 165.
23. ZLOTNICKI, J; POZZI, J.P.; CORNET, F. — *Investigation of induced magnetization variations caused by triaxial stresses*. — Journal of Geophysical Research, vol. 89, pp. 899-1109.