comportement des barrages en terre à noyau non saturé

R. SINNINGER

Professeur, Institut des Travaux Hydrauliques*
C.C.H. - Chaire de Constructions Hydrauliques

E. SEKER

Docteur-Ingénieur E.P.F.L., Institut des Sols, Roches et Fondations*

1. INTRODUCTION

Pour les barrages en terre avec noyau central en matériau meuble cohérent, incliné ou non, les caractéristiques de cette zone peu perméable jouent un rôle important sous plusieurs aspects.

Lors de la construction, le matériau change constamment de propriétés, tout d'abord à la suite du compactage même, mais également comme conséquence du changement de l'état de contraintes dû à l'augmentation couche par couche du remblai. Ainsi la résistance au cisaillement, la déformabilité et la perméabilité se développent individuellement en chaque point du noyau au cours de la construction pour arriver à un premier stade particulier pour le jugement de la stabilité, celui de la fin de la construction.

Il importe de souligner qu'à ce stade le matériau du noyau n'a donc pas partout les mêmes caractéristiques et qu'il est, le plus souvent, dans un état de non-saturation, au moins dans la partie supérieure du remblai.

Dans la phase d'exploitation le matériau du noyau continue, pour une période plus ou moins longue, de modifier ses caractéristiques, suite à la consolidation. Cette modification entraîne des déformations qui sont

décisives pour la surélévation du couronnement et pour les ouvrages en contact avec le noyau. Ce phénomène de consolidation a de nouveau lieu le plus souvent dans un milieu non saturé. L'influence de l'eau de la retenue filtrant à travers le noyau est exclue des considérations suivantes. Ceci est d'autant plus justifié que l'état de saturation complète, si jamais atteint, nécessite une mise en eau de longue durée.

Dans la pratique courante et avec des modèles mathématiques plus ou moins sophistiqués, il est possible de calculer l'état de contrainte et les déformations pour n'importe quel point et à n'importe quel moment [1, 2]. Mais tous ces programmes, du moins à la connaissance des auteurs, ne tiennent pas explicitement compte de la succion matricielle qui est en étroite relation avec l'état de saturation d'un matériau cohérent. Ainsi les solutions numériques existantes ne tiennent pas compte des lois réelles qui gouvernent le comportement physique. En effet, l'interprétation actuelle des essais triaxiaux et le fait que la détermination de la succion matricielle n'appartienne pas encore aux essais courants de la classification, montrent que les phénomènes et les conséquences de la non-saturation sont, à l'heure actuelle, insuffisamment ou pas du tout

* Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, CH - 1015 Lausanne, Suisse.

considérés. Il n'est donc pas à exclure que des valeurs erronées des pressions interstitielles soient introduites dans les calculs ou que les pressions observées dans un noyau pendant et après la construction ne puissent pas être interprétées correctement.

La méthode de calcul proposée tient compte de la non-saturation du matériau lors de sa construction et permet, par un premier programme développé, la détermination des déformations instantanées lors de la mise en place des remblais. Un deuxième programme calcule les déformations différées d'un matériau non saturé. Leur combinaison reproduit fidèlement la construction d'un barrage en terre et fournit l'état de contraintes, pendant et après la réalisation. Il va de soi que ces informations sont indispensables pour l'analyse de la stabilité.

Pour une première estimation du comportement de la digue, sans recours aux programmes, des méthodes simplifiées pour les tassements instantanés et différés sont expliquées.

Finalement les programmes complets et la méthode simplifiée sont appliqués à un cas réel de barrage en terre. Leurs résultats sont comparés aux mesures d'auscultation.

2. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

Pour calculer le comportement d'un sol non saturé, il faut considérer trois phénomènes élémentaires de la mécanique des sols, à savoir la déformabilité, l'écoulement du fluide composé d'eau et d'air et finalement la résistance. Les lois décrivant ces phénomènes sont sommairement développées ci-dessous en utilisant des formes matricielles pour les équations, afin de tenir compte de la nature tridimensionnelle du problème posé.

2.1. Déformabilité des sols non saturés

La déformabilité du squelette minéral peut être décrite à l'aide du module d'élasticité E et du coefficient de Poisson ν , celle du fluide par le coefficient de compressibilité m_w .

À la suite de l'application d'une charge, la déformation se manifeste en deux étapes bien distinctes :

- comportement à court terme : il en résulte la déformation instantanée, accompagnée d'une augmentation des pressions interstitielles ;
- comportement à long terme : il en résulte la déformation différée qui évolue dans le temps, suite à la dissipation des pressions interstitielles sous des gradients variables.

Les déformations du milieu dans les deux étapes entraînent une modification des contraintes, de la porosité, de la perméabilité et de la saturation.

Ces deux comportements sont traités séparément ci-après.

2.1.1. Déformation instantanée

La déformation instantanée se produit lors de l'application de la charge au temps $t = 0$. Elle est due à la compression de l'air d'une part et la dissolution d'une partie de l'air dans l'eau d'autre part. Une diminution du volume total en résulte.

À cause de la modification non linéaire des paramètres essentiels pour le comportement lors de la déformation instantanée un calcul incrémental est indispensable.

Il est admis que le milieu obéit à la loi de contraintes-déformations

$$\{\Delta \varepsilon\} = [D]^{-1} \{\Delta \sigma'\} \quad (1)$$

où $\{\Delta \varepsilon\} = [\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2, \Delta \varepsilon_3]^T$ décrit les déformations, $\{\Delta \sigma'\} = [\Delta \sigma'_1, \Delta \sigma'_2, \Delta \sigma'_3]^T$ les contraintes effectives et $[D]$ la matrice d'élasticité. Cette dernière prend la forme :

$$[D] = E_{\text{oed}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} \\ & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \text{sym} & & 1 \end{bmatrix}$$

Le module œdométrique E_{oed} peut être défini à l'aide d'une loi exponentielle de la forme :

$$E_{\text{oed}} = m_0 \left(\frac{\sigma'_1}{p_a} \right)^{m_1} \quad (2)$$

d'où le module d'élasticité $E = E_{\text{oed}} [(1 + \nu)/(1 - 2\nu)/(1 - \nu)]$.

m_0 et m_1 sont des paramètres qui peuvent être définis à l'aide d'essais œdométriques, σ'_1 est la contrainte effective appliquée et p_a la pression atmosphérique [$\approx 100 \text{ kN.m}^{-2}$] (fig. 1).

Fig. 1. — Module d'élasticité E_{oed} en fonction de σ' .

La variation de la contrainte effective $\Delta \sigma'$ dans 1 peut s'exprimer par la formule :

$$\{\Delta \sigma'\} = \{\Delta \sigma\} - \{\Delta p\}, \quad (3)$$

dans laquelle $\Delta\sigma$ signifie la variation de la contrainte totale et Δp la variation de la pression interstitielle (air + eau). Sous l'hypothèse de la validité de la loi de Skempton $\Delta p = B [\Delta\sigma_3 + A (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$, cette dernière s'écrit sous la forme matricielle:

$$\{\Delta p\} = [U] \{\Delta\sigma\}, \quad (4)$$

La matrice de pression interstitielle $[U]$ ne dépend que des coefficients A et B de la loi de Skempton:

$$[U] = \begin{bmatrix} AB & B-AB \\ AB & B-AB \end{bmatrix}$$

En introduisant les équations 3 et 4 dans 1, on obtient les déformations en fonction des contraintes totales $\Delta\sigma$ et des pressions interstitielles caractérisées par A et B :

$$\{\Delta\varepsilon\} = [[D]^{-1} - [D]^{-1} [U]] \{\Delta\sigma\}. \quad (5)$$

En posant:

$$[D_u]^{-1} = [[D]^{-1} - [D]^{-1} [U]], \quad (6)$$

on obtient la matrice d'élasticité d'un milieu non saturé et non drainé qui tient compte séparément des caractéristiques de chacune des trois phases. Elle s'écrit

$$\{\Delta\varepsilon\} = [D_u]^{-1} \{\Delta\sigma\} \quad (7)$$

avec

$$[D_u] = \frac{E_u (1 - \nu_u)}{(1 + \nu_u) (1 - 2\nu_u)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu_u}{1 - \nu_u} & \frac{\nu_u}{1 - \nu_u} \\ & 1 & \frac{\nu_u}{1 - \nu_u} \\ \text{sym} & & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Dans cette expression $E_u = E/[1 - AB(1 - 2\nu)]$ est le module d'élasticité non drainé et $\nu_u = 0.5 [1 - (1 - B)(1 - 2\nu)/(1 - AB(1 - 2\nu))]$ correspond au coefficient de Poisson non drainé.

Pour chiffrer ces deux valeurs caractérisant les déformations du milieu non saturé et non drainé, les coefficients A et B doivent être déterminés. Notons que A se rapporte au milieu et B au milieu et au fluide. Les deux sont des variables, puisque le milieu et le fluide changent pendant la déformation.

L'expression de A est une approximation, basée sur l'hypothèse que pour $\sigma_1 \leq \sigma_3/k_0$, le milieu est considéré comme isotrope et élastique. Pour $\sigma_1 > \sigma_3/k_0$, l'évolution de A en fonction du déviateur est indiquée dans la formule suivante (fig. 2):

$$A = \frac{(A_f - 1/3)}{(\Delta q_f - \Delta q_{ko})} (\Delta q - \Delta q_{ko}) + 1/3. \quad (9)$$

A_f est le coefficient A au moment de la rupture. S'il n'existe pas d'essais, A_f peut être estimé à l'aide de l'expression simplifiée suivante qui se trouve confirmée par les essais de Henkel [3]:

$$A_f = 1/3 \left(\frac{4}{OCR} - 1 \right) \quad (10)$$

$\Delta q_f = (\sigma_1 - \sigma_3)_f$ correspond au déviateur à la rupture et $\Delta q_{ko} = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ko}$ correspond au déviateur pour le rapport des contraintes à l'état de repos, donc

Fig. 2. — Augmentation de la pression interstitielle et calcul du coefficient A pour les cas d'un sol sur-consolidé (a) et normalement consolidé (b) pour $B = 1$.

$\sigma_1/\sigma_3 = k_0 = \nu/(1 - \nu)$ ou encore, selon Jacky, $\sigma_1/\sigma_3 = 1 - \sin \phi$. OCR caractérise le degré de surconsolidation et résulte du rapport σ'_c/σ'_v , dans lequel σ'_c est égal à la contrainte de consolidation et σ'_v décrit l'état de contrainte totale actuel.

Le calcul de B nécessite le développement suivant. Dans le cas d'un sol non saturé, les pores sont remplis d'air et d'eau. La pression interstitielle totale p se compose d'une pression u_a transmise par l'air et d'une pression u_w transmise par l'eau. En introduisant ces deux pressions séparément, Bishop [4] a défini la contrainte effective $\sigma' = \sigma - p$ de la manière suivante:

$$\sigma' = \sigma - [u_a - \chi (u_a - u_w)]. \quad (11)$$

χ appelé le coefficient de Bishop dépend du degré de saturation S_r et s'écrit:

$$\chi = \left(\frac{S_r - \chi_1}{1 - \chi_1} \right)^{\chi_2} \quad (12)$$

Les deux paramètres χ_1 et χ_2 caractérisent le sol (fig. 3). En outre, la différence des pressions ($u_a - u_w$) = ψ est appelée succion matricielle, dépendant également du degré de saturation S_r (fig. 4).

B n'est donc plus une constante et s'écrit:

$$B = \frac{\Delta u_a - \Delta (\chi \psi)}{\Delta \sigma} \quad (13)$$

Fig. 3. — Coefficient χ de Bishop en fonction de S_r pour différents types de sol.

Fig. 4. — pF en fonction de S_r avec $\blacktriangle$ pour les valeurs moyennes mesurées.

où Δu_a est l'augmentation de la pression de l'air lors de l'augmentation de la contrainte totale $\Delta \sigma$, χ étant le coefficient de Bishop et ψ la succion matricielle. Cette dernière, caractérisant l'interaction des trois phases dans un sol non saturé, est d'une importance primordiale sur l'évolution des pressions interstitielles. Par définition :

$$\psi = (u_a - u_w) = \gamma_w \cdot 10^{pF} \quad (14)$$

L'exposant pF est fonction de la saturation S_r d'une part et de la nature du sol d'autre part, comme illustré dans la figure 4. Sa forme analytique s'écrit :

$$pF = \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1} \quad (15)$$

Les paramètres ψ_0 et ψ_1 traduisent la nature du sol. Il a été démontré [5] que la pente m de la courbe $pF(S_r)$ pour une saturation $S_r = 50\%$ peut s'exprimer $m = -4 \psi_0 \psi_1$. En considérant que $\psi_0 = pF$ pour $S_r = 50\%$ et en connaissant m pour la même saturation, les paramètres ψ_0 et ψ_1 peuvent être calculés.

Le coefficient de pression interstitielle B en fonction de la même saturation S_r peut être calculé à l'aide de l'équation (13), comme démontré plus loin dans l'exemple numérique.

Les caractéristiques du milieu E_u et ν_u sont ainsi connues et l'équation (5) permet le calcul des déformations $\Delta \varepsilon$.

2.1.2. Déformation différée

Après la déformation instantanée, le sol continue de se déformer sous l'effet de la dissipation des pressions interstitielles. Cette déformation, dite déformation différée, évolue au cours du temps. Si l'on suppose que seule l'eau s'écoule à travers le milieu poreux, l'équation de continuité s'écrit :

$$\text{div}(\mathbf{v}_w) = m_a m_{vc} \frac{\partial \sigma'_{\text{oct}}}{\partial t} \quad (16)$$

où :

$$m_a = s \cdot n (1 - n) + S_r \quad (17)$$

est le paramètre de la compressibilité et

$$s = \frac{\partial S_r}{\partial \psi} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} \quad (18)$$

est appelé la capacité spécifique de saturation avec ψ la succion matricielle, S_r la saturation et n la porosité ; σ'_{oct} est le tenseur sphérique.

Pour l'écoulement à l'intérieur d'un milieu non saturé en cours de consolidation, il est admis que la loi généralisée de Darcy est valable. L'air se trouve donc discontinu (occlus) dans l'eau sous forme de bulles qui restent attachées aux grains. Sous ces conditions seule l'eau s'écoule à travers le milieu. Il faut pourtant préciser que, selon les conditions de contraintes et de pressions, l'air se dissout plus ou moins dans l'eau en obéissant aux lois de Mariotte et de Henry.

La loi de Darcy généralisée s'écrit sous forme matricielle pour un milieu non saturé :

$$\{\mathbf{v}\} = -[\mathbf{k}] \nabla \{h\} \quad (19)$$

avec $\{\mathbf{v}\}$ le vecteur de la vitesse moyenne d'écoulement, $[\mathbf{k}]$ la matrice de perméabilité du milieu et $\{h\}$ le vecteur du gradient hydraulique. Dans le cas de la non saturation, le coefficient de perméabilité devient :

$$k = k_{wr} \cdot k_w \quad (20)$$

où k_w est la perméabilité à l'eau d'un sol saturé. La perméabilité relative

$$k_{wr} = \left(\frac{S_r - S_{r \min}}{1 - S_{r \min}} \right)^{n_1} \quad (21)$$

tient compte, en plus de la saturation S_r , de la saturation minimale $S_{r \min}$ et d'un paramètre n_1 caractérisant le milieu.

2.2. Résistance

La résistance du squelette minéral définie par l'angle de frottement ϕ et la cohésion c , est caractérisée par l'existence d'un seuil de sollicitation au-dessus duquel apparaissent des déformations permanentes importantes. Pour tenir compte de ce fait, il faut définir deux lois différentes de comportement :

- une loi de rupture ;
- une loi d'écoulement plastique.

Le critère Mohr-Coulomb pour la loi de rupture (fig. 5) et une loi d'écoulement élasto-parfaitement plastique avec une loi associée (fig. 6) ont été choisis. En calcul incrémental, par la méthode des éléments finis, il en

Fig. 5. — Loi de Mohr-Coulomb.

Fig. 6. — Comportement élasto-parfaitement plastique.

résulte une matrice de rigidité variable. Le système est résolu en modifiant la matrice à chaque itération en fonction des contraintes qui ont été calculées au cours de l'itération précédente [5].

3. DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES D'UN MILIEU NON SATURÉ

3.1. Succion

La courbe $pF - S_r$ d'un sol (fig. 4) s'établit en laboratoire par des essais particuliers. La technique la plus utilisée soumet l'échantillon à des pressions variables en lui permettant en même temps de s'essorer. Ainsi à chaque pression, exprimée en log de la colonne d'eau en cm (pF), se détermine un degré de saturation S_r . De l'équation 15 on tire ψ_0 et ψ_1 . Finalement ψ est calculé à l'aide de l'équation 14. Seker a démontré [5] que pF ainsi que ψ_0 et ψ_1 peuvent être estimés à l'aide de l'indice de plasticité I_p et de la limite de liquidité w_L .

3.2. Coefficient de Bishop

Le coefficient de Bishop χ peut être déterminé par des essais triaxiaux sur des échantillons non saturés.

Connaissant les valeurs ϕ' et c' ainsi que les contraintes totales au moment de la rupture on peut en déduire Δp et l'équation 11 donne $\chi = (u_a - \Delta p)/\psi$. Dans un essai de compression simple u_a peut être négligé et $\chi = \sigma_3'/\psi$ vu que $\sigma_3' = -\Delta p$.

S'il s'agit d'une première estimation de χ au moment où les essais triaxiaux font encore défaut, l'équation 12 peut être utilisée en posant $\chi_1 = 0.25$ (sols cohérents) et $\chi_2 = 2 \log \psi_0 + 1$ [5].

3.3. Perméabilité relative à l'eau

Les méthodes utilisées pour déterminer la perméabilité relative à l'eau k_{wr} sont basées sur les mesures de la saturation et de la succion [6]. L'équation 21 peut être résolue en posant $S_{r \min} = 0.25$ et en exprimant n_1 en fonction du paramètre de succion ψ_0 de la façon suivante: $n_1 = 2 \log \psi_0 + 3$ [5].

4. CALCUL SIMPLIFIÉ

Si l'on considère un cas unidimensionnel et un degré de saturation correspondant à une teneur en eau proche de l'optimum Proctor, une méthode simplifiée peut être proposée.

Le tassement instantané dans un milieu non drainé se calcule à partir des conditions initiales en utilisant la notion de contraintes effectives et en introduisant la succion.

Les tassements différés sont calculés selon la méthode de Terzaghi en introduisant un coefficient de correction pour tenir compte du degré de saturation et de la succion.

La méthode simplifiée permet, dans une première approche et sans recourir aux programmes d'ordinateur, une rapide estimation des contraintes, tassements et variations des pressions interstitielles.

4.1. Tassement instantané

Dans un premier pas il faut définir la courbe des déformations verticales ϵ_v en fonction des contraintes effectives verticales σ_v' à l'aide d'essais œdométriques ou, en leur absence, par la formule 2.

La figure 7 montre une telle courbe dont l'expression analytique s'écrit:

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta \sigma_v'}{E_{\text{oed}}} \quad (22)$$

Rappelons que la courbe œdométrique est basée sur un coefficient de poussée des terres au repos $k_0 = v/(1-v) = 1 - \sin \phi'$. Pour d'autres valeurs du coefficient de poussée des terres k , la courbe se calcule de la manière suivante:

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta \sigma_v'}{E_{\text{oed}}} \cdot \frac{[1 - v(1 + k)](1 - v)}{(1 - 2v)} \quad (23)$$

Fig. 7. — Courbe $\varepsilon_v - \sigma'$.

La figure 7 montre une deuxième courbe pour laquelle le coefficient de la poussée correspond à celui de la rupture $k_t = (1 - \sin\phi')/(1 + \sin\phi')$. Au centre d'un remblai la déformation $\Delta\varepsilon$ ($\Delta\sigma'$) est proche de la courbe pour k_o , tandis que vers les bords elle se déplace en direction de la courbe k_t .

Sous l'effet d'une augmentation $\Delta\sigma_v$ de la contrainte verticale totale, la pression interstitielle équivalente augmente de Δp . Les contraintes totales $\Delta\sigma_v$ sont donc liées aux contraintes effectives $\Delta\sigma_v'$ par $\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_v' + \Delta p$. Le dernier terme se décompose en :

$$\Delta p = \Delta u_a - \Delta(\chi\psi) \quad (24)$$

Le coefficient de Bishop χ est calculé selon l'équation 12, tandis que la succion matricielle ψ , est obtenue à l'aide de l'équation 14. L'augmentation de la pression de l'air Δu_a se calcule en appliquant la loi de Mariotte et celle de la dissolution des gaz dans l'eau de Henry (constante $H = 0.02$) :

$$\Delta u_a = p_a \frac{\varepsilon_v}{e_o D - \varepsilon_v} \quad (25)$$

$p_a = 100 \text{ kN.m}^{-2}$ correspond à la pression atmosphérique, e_o est l'indice de vide initial et $D = 1 - 0.98 S_{ro}$, S_{ro} étant la saturation initiale. En calculant Δu_a pour différents $\Delta\sigma_v'$, une courbe $u_a(\sigma')$ peut être dessinée comme indiqué à la figure 8 b.

Pour chaque augmentation de $\Delta\sigma_v'$, le volume n des pores diminue à cause de la compression. La teneur en eau restant constante (cas non drainé), la saturation S_r augmente également :

$$S_r = \frac{S_{ro} \cdot n_0}{n} = \frac{S_{ro} \cdot n_0}{n_0 - \Delta n} = \frac{S_{ro} \cdot n_0}{n_0 - \Delta\varepsilon_v (1 - n_0)} \quad (26)$$

S_{ro} et n_0 sont respectivement la saturation et la porosité initiale et $\Delta\varepsilon_v = \Delta\sigma_v'/E_{oed}$. Partant de S_{ro} et n_0 , une courbe $S_r(\Delta\sigma')$ peut être calculée telle que représentée à la figure 9.

Pour calculer $\psi(\sigma_v')$, on part des deux paramètres ψ_0 et ψ_1 connus, en introduisant dans la formule 14 pour chaque σ' la saturation S_r définie selon 28.

Se basant sur $\psi = u_a - u_w$ on obtient $u_w(\sigma_v')$, également reporté sur la figure 8b.

Le coefficient de Bishop $\chi(\sigma_v')$ se calcule à partir de χ_1 et χ_2 selon (12). Le résultat est reporté sur la figure 9.

La connaissance de u_a , χ et ψ en fonction de σ_v' permet, par l'intermédiaire de la définition de la pression interstitielle équivalente $\Delta p = \Delta u_a - \Delta(\chi\psi)$, le calcul de la fonction $p(\sigma_v')$. Dans la figure 8c, p est reporté à l'abscisse $\sigma = \sigma_v' + p$.

Dans la pratique le rapport $\bar{B} = \Delta p/\Delta\sigma_v$, avec $\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_v' + \Delta p$, est souvent utilisé et indique dans quelle mesure la contrainte verticale totale σ_v est transmise au fluide interstitiel (air + eau).

Une fois les diagrammes des figures 8 et 9 élaborés, les opérations pour calculer Δp et $\Delta\varepsilon$ d'une première augmentation de la contrainte totale $\Delta\sigma_{v1}$ sont mentionnées ci-dessous :

- ① Reporter $\Delta\sigma_{v1}$ sur l'abscisse de la fig. 8c et définir Δp_1 .
- ② A l'aide de la définition $\Delta\sigma_{v1}' = \Delta\sigma_{v1} - \Delta p_1$ on détermine $\Delta\sigma_{v1}'$ et la figure 8a permet de trouver $\Delta\varepsilon_1$.
- ③ La figure 8b permet de déterminer Δu_w .

La marche à suivre pour calculer une seconde augmentation de la contrainte $\Delta\sigma_{v2}$ est également indiquée dans les figures. Notons qu'aucune dissipation de la pression interstitielle n'est considérée pour le tassement instantané.

4.2. Tassements différés

L'application d'une contrainte totale verticale $\Delta\sigma_v$ conduit à une augmentation de la pression interstitielle équivalente de Δp . L'équation différentielle de la consolidation, sous condition $\Delta\sigma_v = \text{cte}$, sol isotrope et phénomène unidimensionnel, s'écrit :

$$c_v \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial z^2} = \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \quad (27)$$

c_v est le coefficient de consolidation qui, pour un milieu non saturé, prend la forme [5]

$$c_v = \frac{K}{\gamma_w \cdot m_a \cdot m_{vc}} [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (28)$$

k a été défini par (20) et inclut la perméabilité relative k_{wr} (S_r) décrit par (21). Le paramètre de compressibilité $m_a(S_r, \psi, n)$ est donné par (17).

Fig. 9. — S_r et χ en fonction de σ'_v .

En décomposant (28) en une première partie dite classique selon Terzaghi [8] (sol saturé) et une deuxième partie qui tient compte de la non saturation [10], on obtient :

$$c_v = \frac{k_w}{\gamma_w \cdot m_{vc}} \cdot \frac{k_{wT}}{s \cdot n(1-n) + S_r} \quad (29)$$

Fig. 8. — ϵ_v , u_a , u_w et p en fonction des contraintes.

où avec c_{vo} comme coefficient de consolidation dans le cas saturé et c comme coefficient de correction pour tenir compte de S_r , ψ et n il en résulte :

$$c_v = c_{vo} \cdot c \quad (30a)$$

avec :

$$c = \frac{k_{wr}}{s \cdot n(1 - n) + S_r} \quad (30b)$$

Fig. 10. — ϵ_v et p dissip\acute{e} en fonction des contraintes.

Pour calculer c il faut donc disposer des valeurs n_1 relatives à la perméabilité selon (21) et s relative à la succion selon (18). Sa valeur est donnée dans l'annexe en fonction de la déformation volumétrique ε_v , de la saturation S_r , de l'indice de plasticité I_p et de la limite de liquidité w_L .

Le degré de consolidation U_{ns} dans un milieu non saturé est le rapport en % des tassements Δh_t au temps t et des tassements Δh_∞ après dissipation complète des pressions interstitielles. U est une fonction de facteur de temps T_v bien connu, qui doit pourtant être complété pour le cas non saturé par le coefficient de correction c de l'équation 30b :

$$T_{vns} = c T_v = c \frac{c_{vo} \cdot t}{H^2} \quad (31)$$

H est le chemin de percolation le plus court en un endroit donné et t le temps écoulé depuis l'application de la charge $\Delta\sigma$. La fonction $U(T_v)$ se trouve dans des abaques ou graphique de la littérature.

Le tassement différé au temps t pour un c_v et un H donnés se détermine de la manière suivante (fig. 10) :

- ① Calculer c selon 30b, ce qui permet de définir T_{vns} .
- ② D'un abaque donné dans la littérature on tire U , en fonction du T_{vns} calculé.
- ③ Sur la figure 10b on reporte $\Delta\sigma$, ce qui permet la définition de Δp et, à l'aide de la figure 10a on trouve ε_i à l'abscisse $(\Delta\sigma - \Delta p)$ et ε_∞ à l'abscisse $\Delta\sigma$.
- ④ La déformation ε_t au temps t est obtenue par

$$\varepsilon_t = \varepsilon_i + U (\varepsilon_\infty - \varepsilon_i) \quad (32)$$
- ⑤ ε_t ainsi défini permet sur la figure 10b de trouver la part de Δp dissipé.

Pour une deuxième augmentation de la charge totale $\Delta\sigma_2$, on définit à l'aide de la figure 10b le Δp_2 résultant. La pression équivalente totale, après l'application de la charge, doit tenir compte de la dissipation calculée au point ⑤.

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_1 - \Delta p_{dissipe} + \Delta p_2 \quad (33)$$

5. CALCUL D'UN BARRAGE EN TERRE

La théorie développée dans le chapitre 2 et les deux programmes en résultant ont été appliqués au barrage de l'Oued el Makhazine sur le Loukkos au Maroc. L'auscultation de ce barrage pendant et après la réalisation a fourni des résultats suffisants et fiables. Si ce barrage a été choisi, c'est que des pressions interstitielles négatives importantes se sont manifestées dans le noyau. Il est donc particulièrement intéressant de vérifier si la théorie est capable, dans un cas similaire, de prédire ces pressions négatives sur la base des caractéristiques des matériaux, résumées dans la table n° 2. La géométrie du barrage est donnée à la figure 11.

Fig. 11. — Géométrie du barrage et matériaux utilisés.

Le calcul est fait en six étapes simulant ainsi les phases de construction. A chaque étape, la charge appliquée aux nœuds des éléments correspond au poids propre du volume de terre représenté par ces éléments, ce qui donne l'augmentation de la pression interstitielle. Ensuite, la pression interstitielle se dissipe jusqu'à l'étape suivante. En répétant le calcul, il est ainsi tenu compte de l'évolution des contraintes et des pressions interstitielles.

Les tassements et les pressions interstitielles sont donnés dans les figures 12, 13 et 14. La figure 12 montre que les tassements calculés concordent avec les mesures effectuées sur l'ouvrage réel. En tenant compte des variations possibles des caractéristiques des matériaux on constate également une bonne appréciation des pressions interstitielles reportées sur la figure 13. La figure 14, finalement, résume les déplacements calculés pour l'état de fin de construction.

6. CONCLUSIONS

Le comportement d'un sol non saturé est influencé d'une manière décisive par son degré de saturation. En particulier la succion matricielle joue un rôle important sur l'évolution des pressions interstitielles, ces dernières étant considérées séparément pour l'eau et l'air.

La théorie développée et les programmes en résultant permettent l'introduction de la saturation et des caractéristiques mécaniques et hydrauliques qui en dépendent. La combinaison des calculs pour les déformations instantanées, respectivement différées, permet de simuler fidèlement la construction d'un barrage en matériaux meubles.

L'exemple d'un barrage réalisé montre la comparaison des valeurs calculées avec celles observées et met en évidence le bien-fondé du développement théorique. Le fait que le calcul fasse apparaître les pressions interstitielles négatives effectivement mesurées dans le noyau de ce barrage est d'un intérêt particulier. La présentation d'une méthode simplifiée permet, pour le cas unidimensionnel, une bonne appréciation des déformations et pressions interstitielles sans avoir à recourir aux programmes sur ordinateurs.

Fig. 12. — Tassements calculés et mesures de trois couches.

Fig. 13. — Pressions interstitielles calculées et mesurées aux points 33 et 53.

Fig. 14. — Direction des déplacements du barrage à la fin de la construction.

REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier l'Administration de l'Hydraulique du Royaume du Maroc à Rabat-Chellah qui leur a permis d'utiliser les mesures d'auscultation du barrage Ouest el Makhazine. Les remerciements vont également à Electrowatt Ingénieurs-Conseils S.A. Maroc qui a mis à disposition les documents y relatifs.

BIBLIOGRAPHIE

1. EISENSTEIN, Z.; KRISHNAYYA, A.G.; LAW, S.T. (1978). — *Analysis of consolidation in cores and earth dams*. Num. Methods in Geomech. Ed. Desa, New York, Vol. II, p. 1089-1105.
2. GHABOUSSI, J.; KIM, J.K. (1982). — *Analysis of saturated and partially saturated soils*. Int. Symposium on Num. Model in Geomech., Zurich, 13-17 sept. 1982, p. 377-390.
3. HENKEL, D.J. (1956). — *The effect of overconsolidation in the behaviour of clays during shear*. Geotechnique 4, p. 139-150.
4. BISHOP, A.W.; BLIGHT, G.E. (1963). — *Some aspects of effective stress in saturated and partially saturated soils*. Geotechnique 13, p. 177-197.
5. SEKER, E. (1983). — *Etude de la déformation d'un massif de sol non saturé*. Thèse E.P.F. Lausanne, n° 492.
6. VACHAUD, G. (1969). — *Analyse des profils hydriques et détermination de $k(\theta)$* . Bulletin du B.R.G.M., n° 4, p. 101-105.
7. DINIA, N.; SINNIGER, R. (1982). — *Non homogeneous Rockfill testing and treatment*. 14^e congrès des Grands Barrages, Rio de Janeiro, p. 11-21.
8. TERZAGHI, K. (1951). — *Mécanique théorique des sols*. Dunod, Paris.
9. JENNING, J.E.; BURLAND, J.B. (1962). — *Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils*. Géotechnique 12, p. 125-144.
10. ALPAN, I. (1961). — *The dissipation function for unsaturated soils*. 5^e Congrès International de Méc. des Sols et des Travaux de Fondation, Paris, vol. 1, p. 3-5.

Liste des symboles

Symboles	Unités	Définitions
A	—	Paramètres de la pression interstitielle
A_f	—	Paramètres de la pression à la rupture
a	—	Indice désignant l'air
B	—	Paramètre de la pression interstitielle
[B]	m^{-1}	Matrice de déplacements
c'	$kN.m^{-2}$	Cohésion effective
C_c	—	Indice de compression
c	%	Coefficient de correction
c_1	—	Constante d'intégration
c_v	$m^2.s^{-1}$	Coefficient de consolidation
[D]	$kN.m^{-2}$	Matrice d'élasticité
E	$kN.m^{-2}$	Module d'élasticité
e	—	Indice de vide
{F}	kN	Forces extérieures
H	—	Coefficient de Henry
$h_{a,w}$	m	Charge hydraulique
l_p	%	Indice de plasticité
K	$kN.m^{-2}$	Module de déformation volumique
[K]	$kN.m^{-2}$	Matrice de rigidité
$k_{a,w}$	$m.s^{-1}$	Coefficient de perméabilité (à l'air, à l'eau)
m_a	%	Paramètre de compressibilité
m_v	$m^2.kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité volumique
m_{vc}	$m^2.kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité du squelette
m_w	$m^2.kN^{-1}$	Coefficient de compressibilité du fluide
$m_{0,1}$	—	Constantes du modèle œdométrique
n	%	Porosité
OCR	—	Degré de surconsolidation
p	$kN.m^{-2}$	Pression interstitielle totale
pF	—	$\log_{10}$ de la succion
pF _c	—	pF de la frange capillaire
s	%	Capacité spécifique de saturation
S_r	%	Degré de saturation
$S_{r, oc}$	%	Degré de saturation d'occlusion
t	s	Temps
T_v	—	Facteur de temps
U	%	Degré de consolidation
[U]	—	Matrice de pression non drainée
$u_{a,w}$	$kN.m^{-2}$	Pressions interstitielles (air, eau)
u	—	Indice désignant le cas non drainé
V	m^3	Volume
{V}	$m.s^{-1}$	Vitesse
w	—	Indice désignant l'eau
w_L	%	Limite de liquidité
w_p	%	Limite de plasticité
α	—	Constante de perméabilité
Δ	—	Variation ou incrément
∇	—	Laplacien
{ δ }	m	Déplacements
{ ε }	%	Déformations
ε_v	%	Déformation volumique
ϕ	degrés	Angle de frottement interne
γ	$kN.m^{-3}$	Poids volumique
ρ	$t.m^{-3}$	Masse volumique
{ σ }	$kN.m^{-2}$	Contraintes
σ_c	$kN.m^{-2}$	Contrainte de préconsolidation
χ	%	Coefficient de Bishop
$\chi_{1,2}$	—	Constantes du coefficient de Bishop
ψ	$kN.m^{-2}$	Succion matricielle
$\psi_{0,1,2}$	—	Constantes de pF
ν	—	Coefficient de Poisson
τ	$kN.m^{-2}$	Contrainte de cisaillement

Table 1. — Estimation des caractéristiques et paramètres utilisés.

Caractéristiques	Symbole	Unité	Valeur approchée	Forme exacte
physique	W_L	%	donnée	
	I_p	%	donnée	
	c'	kN m^{-2}	$\gamma_w 10^{pF_c-2} \text{tg } \phi'$	
	ϕ'	°	$\sin \phi' = \frac{20}{30 + I_p}$	
suction	pF_c	-	$3.75 \sqrt{\frac{I_p}{W_L}}$	$pF_c = \psi_0(1-2\psi_1)$
	m	-	$I_p > 25 \Rightarrow m = 6.26 - 0.046 I_p$ $I_p < 25 \Rightarrow m = 10^{-3} I_p^2 [2.50 - 0.233 I_p] + 0.298 I_p$	$m = -4\psi_0\psi_1$
	ψ_0	-	$\frac{2 pF_c + m}{2}$	$\psi = \gamma_w 10^p$ $\psi = (u_a - u_w)$
	ψ_1	-	$\frac{m}{2(2pF_c + m)}$	$pF = \psi_0 \left(\frac{1 - S_r}{S_r} \right)^{\psi_1}$
perméabilité	k_w	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$2.7 \cdot 10^{-2} \psi_0$	$k_{wr} = \left(\frac{S_r - S_{r \min}}{1 - S_{r \min}} \right)^{n_1}$
	n_1		$2 \log \psi_0 + 3$	
déformabilité	mo	$\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$	$\frac{2.3 (1 + 2.7 \frac{W_L}{100})}{e_c} p_a$	$E_{oed} = mo \left(\frac{\sigma'}{p_a} \right)^{m_1}$
	m_1		$1 + \log \left(1 - \frac{2.3}{mo} \right)$	
	e_c	-	$0.007 (W_L - 10)$	
	v		$\frac{10 + I_p}{40 + I_p}$	
coefficient	χ_1	-	0.25	$\chi = \left(\frac{S_r - \chi_1}{1 - \chi_1} \right)^{\chi_2}$
de Bishop	χ_2	-	$2 \log \psi_0 + 1$	

Table 2. — Caractéristiques des sols.

Caractéristiques	unité	① noyau	② alluvions	③ villafraanchien alluvions	④ enrochements
Physique :					
w_L	%	35	0	34	-
w_p	%	18	0	15,25	-
w_{opt}	%	17,2	-	-	-
S_{roc}	%	82	-	82	-
S_{cl}	%	86	100	86	25
γ_s	$kN \cdot m^{-3}$	27,4	27,4	27,4	27,4
c'	$kN \cdot m^{-2}$	0	0	0	-
ϕ'	°	31	37,10	31,30	42
e_0		0,557	0,442	0,481	0,562
n		0,358	0,306	0,325	0,360
suction :					
ψ_0		4,350	-	3,50	-
ψ_1		0,227	-	0,200	-
ψ_2		0,450	-	0,400	-
perméabilité :					
k_0	$m \cdot s^{-1}$	10^{-9}	$4 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-8}$	-
α	-	5,70	-	5,00	-
n_1	-	4,40	-	4,50	-
déformabilité :					
E_{oed}	$kN \cdot m^{-2}$	15000	30000	30000	20000
m_0	-	130	200	280	200
m_1	-	0,52	1	1	1
c_c	-	0,175	-	0,170	-
v	-	0,365	0,360	0,360	0,300
coefficient de Bishop					
x_1	-	0,43	-	0,25	-
x_2	-	2,40	-	2,40	-

ANNEXE

$$S_r = 0.85$$

$\epsilon_v = 0.010$						$\epsilon_v = 0.025$				
$\begin{matrix} I_p \\ w_L \end{matrix}$	5	10	15	20	30	5	10	15	20	30
10.	20.000	5.482	3.229	-	-	20.000	3.270	1.866	-	-
20.	18.034	4.479	2.718	2.168	-	16.314	2.781	1.665	1.322	-
30.	13.687	3.948	2.422	1.939	2.328	10.880	2.523	1.540	1.229	1.411
40.	11.610	3.598	2.221	1.783	2.154	8.852	2.352	1.451	1.163	1.342
50.	10.334	3.343	2.072	1.665	2.022	7.741	2.227	1.384	1.111	1.287
60.	-	-	1.956	1.574	1.916	-	-	1.330	1.070	1.242
70.	-	-	-	1.500	1.829	-	-	-	1.035	1.204
80.	-	-	-	-	1.755	-	-	-	-	1.171

$$S_r = 0.90$$

$\epsilon_v = 0.010$						$\epsilon_v = 0.025$				
$\begin{matrix} I_p \\ w_L \end{matrix}$	5	10	15	20	30	5	10	15	20	30
10.	20.000	4.664	2.758	-	-	20.000	2.782	1.594	-	-
20.	15.349	3.850	2.347	1.875	-	13.885	2.390	1.438	1.143	-
30.	11.717	3.416	2.106	1.688	2.010	9.314	2.183	1.339	1.070	1.218
40.	9.983	3.128	1.941	1.559	1.869	7.611	2.045	1.268	1.017	1.164
50.	8.918	2.918	1.818	1.463	1.761	6.681	1.944	1.214	0.976	1.121
60.	-	-	1.722	1.387	1.674	-	-	1.171	0.943	1.085
70.	-	-	-	1.326	1.602	-	-	-	0.915	1.055
80.	-	-	-	-	1.542	-	-	-	-	1.028

$$S_r = 0.95$$

$\epsilon_v = 0.010$						$\epsilon_v = 0.025$				
$\begin{matrix} I_p \\ w_L \end{matrix}$	5	10	15	20	30	5	10	15	20	30
10.	20.000	3.200	1.905	-	-	20.000	1.909	1.101	-	-
20.	10.538	2.686	1.651	1.321	-	9.533	1.668	1.011	0.805	-
30.	8.122	2.410	1.498	1.204	1.413	6.457	1.540	0.953	0.763	0.857
40.	6.972	2.225	1.393	1.121	1.325	5.315	1.455	0.910	0.732	0.825
50.	6.266	2.090	1.314	1.059	1.256	4.694	1.392	0.877	0.707	0.800
60.	-	-	1.251	1.010	1.201	-	-	0.851	0.687	0.778
70.	-	-	-	0.970	1.155	-	-	-	0.670	0.760
80.	-	-	-	-	1.116	-	-	-	-	0.744