La « nouvelle méthode implicite » pour l'étude du dimensionnement des tunnels

“ New implicit method ” to study tunnel design

D. BERNAUD, G. ROUSSET

Groupeement pour l'étude des Structures souterraines de stockage (G-3S)
Ecole Polytechnique*

Rev. Franç. Géotech. n° 60, pp. 5-26 (juillet 1992)

Résumé

Les problèmes étudiés dans cet article relèvent du cadre général de la modélisation des tunnels profonds revêtus.

Le problème tridimensionnel couplé de l'interaction massif-soutènement est étudié ici grâce à une approche méthodologique précise qui permet de quantifier le rôle joué par chacun des paramètres essentiels du problème.

Une analyse critique de la méthode simplifiée convergence-confinement permet de mettre en évidence les imprécisions de cette méthode lorsqu'elle est appliquée sous sa forme actuelle. Elle conduit à une sous-estimation de la pression du soutènement à l'équilibre.

La raison profonde de cette erreur vient de l'estimation de la convergence à l'instant de la pose du soutènement, qui repose sur une hypothèse de découplage trop forte.

La « nouvelle méthode implicite » proposée dans cet article est fondée sur les principes de base de la méthode convergence-confinement mais permet de tenir compte de la raideur du soutènement dans le calcul de la convergence à l'instant de pose. Cette nouvelle méthode, souple d'emploi, fournit des solutions approchées de très bonne qualité.

Abstract

The problems studied in this paper concern supported tunnel design at great depth.

An accurate method is developed to study this 3D problem of ground-interface-lining interaction. It enables us to estimate the role that each parameter takes place in the tunnel equilibrium.

A critical analysis of the convergence-confinement method shows the imprecisions of this method. The most important reason of errors comes from the calculation of tunnel convergence U_0 when lining has just been set : in the CV-CF method the value of this closure doesn't depend on lining stiffness.

The “ new implicit method ” proposed in this paper keeps the same principles of CV-CF method, but it can take into account the lining stiffness on the calculation of tunnel convergence U_0 .

The new method is of a very simple utilisation and its results are in very good agreement with the 3D numerical results.

* 91128 Palaiseau Cedex.

INTRODUCTION

Le thème de cet article est le calcul du dimensionnement des tunnels soutenus.

Pour une géométrie, un phasage de creusement et de pose du soutènement donnés, les calculs de dimensionnement consistent notamment à déterminer l'effort de poussée du massif sur le revêtement à l'équilibre ; cet effort apparaît donc comme le paramètre dimensionnant le plus significatif.

De façon générale, le problème du tunnel soutenu a deux particularités importantes :

- il est essentiellement tridimensionnel ; en effet, même pour des hypothèses géométriques simples, la proximité du front de taille, lorsque le soutènement est posé, rend complexe les formes des champs de déplacement ou de contrainte dans le massif ;

- il est couplé ; il s'agit en effet d'étudier l'interaction entre deux structures distinctes dont la géométrie et le comportement sont très différents : le soutènement d'une part, et le massif percé du tunnel d'autre part.

Le premier objectif de cet article est d'étudier finement, dans un cas géométrique simple, ce problème tridimensionnel couplé grâce à une approche méthodologique précise et de quantifier le rôle joué par chacun des paramètres qui le décrivent.

Le second objectif est de montrer que, grâce à des concepts simples empruntés à la méthode convergence-confinement, on peut découpler le problème et l'étudier en condition de déformations planes ; on montre que les solutions approchées, ainsi obtenues grâce à la « nouvelle méthode implicite », sont suffisamment proches de la solution exacte pour pouvoir être utilisées avec précision dans des applications variées.

1. DÉFINITION DU PROBLÈME DE BASE

Dans l'ensemble de l'article, on s'intéresse au cas simple du tunnel profond de section circulaire (rayon R_i) creusé dans un massif dont le comportement est homogène et isotrope (fig. 1), soumis initialement au champ de contrainte géostatique :

$$\underline{\sigma} = - P_\infty \underline{1} \text{ avec } P_\infty = \rho g z \quad (1)$$

La profondeur du tunnel est grande devant son rayon, de sorte que l'on peut négliger le gradient de la pesanteur dans la zone du massif proche du tunnel (une dizaine de fois le rayon, pour fixer les idées), et assimiler $\rho g z$ à $\rho g H$ (H est la profondeur moyenne du tunnel) dans cette zone.

Fig. 1. — Modélisation du problème.
Fig. 1. — Modelization of the problem.

Le soutènement du tunnel, assimilé à un anneau d'épaisseur e constante, a lui aussi un comportement homogène et isotrope ; il est posé à une distance d_0 constante du front de taille. Le front de taille et l'extrémité du soutènement sont plans et verticaux.

Avec ces hypothèses d'étude classiques, le problème admet la symétrie cylindrique, ou axisymétrie.

On notera V la vitesse d'avancement du front de taille.

1.1. Cas où le front est loin de la section d'étude

Une autre symétrie, très utile à la simplification de l'étude, est souvent constatée : le problème est à déformation plane si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- le front de taille est loin de la section d'étude ;
- la vitesse d'avancement V du front et du soutènement est constante (cette dernière condition est nécessaire seulement lorsque les lois de comportement dépendent du temps, comme la viscoplasticité par exemple).

Dans ce cas, sur une section d'étude perpendiculaire à l'axe du tunnel, le champ de déplacement $\underline{\xi}$ est purement radial ($\underline{\xi} = u(r) \underline{e}_r$) et, en chaque point de la section, les grandeurs mécaniques ne dépendent que du temps t et de la distance r du point à l'axe du tunnel (fig. 2).

Par ailleurs, l'interaction entre massif et soutènement se traduit par un seul paramètre scalaire : la pression P_i (poussée du terrain sur le revêtement où pression de confinement). Le paramètre dual est la convergence de la paroi U_i , c'est-à-dire le déplacement radial normalisé de la paroi du tunnel, grandeur elle aussi scalaire ($U_i = -u(R_i)/R_i$).

On peut maintenant définir deux courbes fondamentales indépendantes dans le diagramme (P_i, U_i), qui sont un « condensé » de l'information que l'on possède :

- la courbe de convergence CV : elle ne fait intervenir que la loi de comportement du massif ; c'est la courbe* qui donne la convergence U_i du tunnel en

Fig. 2. — Problème en déformation plane.
Fig. 2. — Plane strain problem.

* En général, se pose le problème de l'unicité de ces courbes. Pour les lois de comportement non réversibles, il faut en particulier préciser l'histoire du chargement. Dans ce cas-là, on fera toujours le calcul plan en choisissant P_i comme paramètre de chargement, et pour CV, $P_i(t)$ est une fonction strictement décroissante à partir de l'état initial P_∞ (avec $\dot{P}_i \rightarrow 0$ si la loi de comportement dépend du temps). Pour CF on choisit, au contraire, $P_i(t)$ croissant à partir de 0. En adoptant cette procédure, on trouve, en général, des courbes CV et CF uniques.

fonction de la pression P_i appliquée à la paroi, lorsque l'équilibre est atteint ;

— la courbe de confinement CF ; elle ne fait intervenir que la loi de comportement du soutènement ; c'est la courbe* qui donne le déplacement normalisé U_i^s de l'extrados de l'anneau en fonction de la pression P_i appliquée à l'extrados, lorsque l'équilibre est atteint.

Pour un problème complet donné, la courbe CV représente effectivement l'ensemble des points d'équilibre possible du tunnel revêtu (voir à ce sujet la remarque 2 à la fin du texte). Dans la suite, on appellera « point d'équilibre » de l'ouvrage la valeur (P_{eq} , U_{eq}) du couple (P_i , U_i), obtenue lorsque le front de taille est loin et que tous les effets différés sont dissipés.

1.2. Phases de creusement et de pose du soutènement

Au cours des phases préliminaires de creusement et de pose du soutènement, le problème est tridimensionnel (axisymétrique avec nos hypothèses) : la poussée P_i du massif sur le revêtement dépend de la distance x de la section d'étude au front.

Ce problème d'interaction, à frontière variable, peut être traité par voie numérique. CORBETTA (1990), a proposé une méthode originale, dans le cas où V est constant, basée sur l'algorithme stationnaire de NGUYEN QUOC S. et RAHIMIAN (1981). Dans le paragraphe suivant, on propose la méthode numérique d'activation/désactivation des éléments, méthode développée par BERNAUD (1991) dans le code aux éléments finis « GEOMECH 91 ».

Avant de passer à la description de cette méthode, il est utile de récapituler les données fondamentales du problème du tunnel soutenu :

- la profondeur de l'ouvrage ou P_∞ ;
- la loi de comportement du massif (notamment la courbe CV) ;
- la loi de comportement du soutènement (notamment la courbe CF) ;
- la distance de pose du soutènement d_0 ;
- la vitesse d'avancement du front V (uniquement si une des lois de comportement dépend du temps).

2. MÉTHODE NUMÉRIQUE D'ACTIVATION/DÉSACTIVATION DES ÉLÉMENTS EN AXISYMETRIE

La méthode d'« activation/désactivation » est une méthode par éléments finis qui tient compte du caractère tridimensionnel du problème du creusement d'un tunnel.

Dans cette méthode, les séquences d'excavation et de pose du soutènement sont modélisées par le changement de la rigidité des éléments affectés à chaque phase de construction.

Ainsi, la simulation du creusement est faite par l'enlèvement progressif des tranches de terrain à l'intérieur du profil du tunnel. Le soutènement est posé tout de suite après une étape de creusement, en rajoutant une tranche de matière à la paroi du tunnel et à une distance d_0 du front de taille.

L'enlèvement de matière est modélisé numériquement par une forte réduction du module d'Young des éléments à creuser. De façon inverse, la pose d'un revêtement consiste à affecter les caractéristiques mécaniques du soutènement aux éléments considérés. A l'instant de la pose, ces éléments sont libres de contraintes et ont une déformation nulle.

Le maillage du modèle étant construit en une seule fois, le pourtour de la zone à excaver ainsi que celui correspondant au revêtement doivent être prévus (fig. 4). La longueur du maillage doit être supérieure à la distance d'influence du front de taille, de façon à s'affranchir des effets de bord.

Cette méthode a été implantée dans notre code numérique « GEOMECH91 ». Elle permet d'étudier des conditions diverses de réalisation des tunnels en élasticité, élastoplasticité ou élastoviscoplasticité.

3. MÉTHODE CONVERGENCE-CONFINEMENT

La méthode convergence-confinement (CV-CF), décrite dans les publications de l'AFTES (1979-1983) est une méthode approchée de calcul des tunnels, qui tient compte de l'interaction entre les deux structures, mais propose un découplage qui permet de ramener l'ensemble de l'étude à une étude en déformation plane.

Fig. 3. — Courbe de convergence et courbe de confinement.
Fig. 3. — Convergence curve and confinement curve.

Fig. 4. — Exemple de maillage.

Fig. 4. — Typical finite element mesh.

Dans cette méthode, on tient compte de l'effet de l'avancement du front de taille par l'intermédiaire d'une pression fictive P_i^f appliquée à la paroi (fig. 5). La définition exacte de P_i^f est simple : pour une distance x entre la section d'étude et le front donné, $P_i^f(x)$ est la pression qu'il faudrait exercer à la paroi du tunnel, traité en déformation plane, pour obtenir la même convergence $U_i^f(x)$ que celle donnée par le calcul 3D du tunnel non soutenu.

En pratique, on utilise de façon équivalente le taux de déconfinement $\lambda(x)$ défini par PANET et GUELLEC (1974) :

$$P_i^f(x) = (1 - \lambda(x)) P_\infty \quad (2)$$

Ainsi, pour l'ensemble des phases, le problème est traité en déformation plane et on a :

$$\begin{cases} P_i = P_i^f & \text{avant la pose du soutènement} \\ P_i = P_i^f + P_i^s & \text{après la pose du soutènement} \end{cases} \quad (3)$$

où P_i^s est la pression imposée à la paroi par le soutènement.

La méthode CV-CF suppose que P_i^f n'est fonction que de la distance x du front à la section d'étude, ce qui correspond à une simplification majeure du problème d'interaction, principale source de l'écart entre solution CV-CF et solution réelle, comme on le verra plus loin.

La résolution (obtention de la convergence U_{eq} et de la pression P_{eq} à l'équilibre) du problème est maintenant aisée : pour une distance de pose d_0 donnée, grâce à la connaissance de $P_i^f(d_0)$, on positionne la courbe de confinement CF dans le diagramme $P_i - U_i$ (fig. 6). L'intersection des deux courbes CV et CF fournit le point d'équilibre recherché.

Il apparaît clairement, sur le schéma de la figure 6, que la donnée de $P_i^f(d_0)$ équivaut à la donnée de la convergence U_0 au moment de la pose du soutènement. U_0 est donc le paramètre clé qui conditionne l'interaction entre les deux structures.

Ainsi, une manière équivalente d'utiliser la méthode CV-CF, illustrée sur la figure 7, consiste en la résolution des deux étapes suivantes :

— on trace le profil des convergences $U_i^f(x)$ du tunnel non soutenu (à l'équilibre) en fonction de la

Fig. 5. — Pression fictive et taux de déconfinement (d'après PANET et GUÉNOT, 1982).

Fig. 5. — Fictitious pressure and rate of unconfinement (from PANET and GUÉNOT, 1982).

Fig. 6. — Méthode convergence-confinement.
Fig. 6. — Convergence-confinement method.

distance au front. Cette courbe doit être obtenue initialement par un calcul complet 3D (en axisymétrie). Sa connaissance est équivalente à celle de $P_i^f(x)$ puisque pour chaque x_0 les deux valeurs $U_i^f(x_0)$ et $P_i^f(x_0)$ se correspondent par l'intermédiaire de la relation bijective entre P_i et U_i donnée par la courbe de convergence (définition de la pression fictive de soutènement) ;

— on applique la méthode CV-CF : la distance de pose du soutènement d_0 étant donnée, on en déduit $U_0 = U_i^f(d_0)$ par la courbe $U_i^f(x)$; U_0 est l'abscisse initiale de la courbe de confinement.

On fera pour terminer la description de cette méthode les deux remarques suivantes :

— la simplification fondamentale de la méthode CV-CF, qui autorise le calcul découplé, vient de ce qu'elle considère que la pression fictive P_i^f ne dépend que de la distance x de la section au front (ou, ce qui revient au même, que la courbe $U_i^f(x)$ du tunnel non soutenu permet seule de calculer la convergence à la pose U_0) ;

— la méthode nécessite la connaissance de $P_i^f(x)$ ou de $U_i^f(x)$, c'est-à-dire de courbes qui correspondent à un calcul 3D (axisymétrique ici) du tunnel non soutenu, ce qui semble diminuer son intérêt car on ne fait pas l'économie d'un calcul 3D. Toutefois, pour une loi de comportement et une profondeur données, cette courbe est unique. Par ailleurs, on se contente souvent en pratique d'une forme approchée de ces courbes. Par exemple, PANET et GUÉNOT (1982) proposent, pour un massif élastique de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν , une formulation analytique qui se révèle tout à fait précise :

$$U_i^f(x) = a(x) (U_i^f(\infty) - U_i^f(0)) + U_i^f(0)$$

$$\text{avec : } a(x) = 1 - \left[\frac{0,84 R_i}{x + 0,84 R_i} \right]^2 \quad (5)$$

$$\text{et : } U_i^f(0) \approx 0,27 \frac{1 + \nu}{E} P_\infty \quad (6)$$

$$\text{et : } U_i^f(\infty) = \frac{(1 + \nu) P_\infty}{E} \quad (7)$$

Fig. 7. — Application de la méthode CV-CF grâce à la détermination de la convergence à la pose du soutènement U_0 .
Fig. 7. — Calculation with the CV-CF method using the convergence U_0 .

Plus généralement, CORBETTA et NGUYEN MINH (voir CORBETTA 1990) ont montré récemment que les courbes $U_i^f(x)$ d'un milieu plastique se déduisent de la courbe $U_i^f(x)$ du milieu élastique, par une simple homothétie. Les auteurs ont montré que le domaine d'application du « principe de similitude » est très étendu et que l'erreur commise par cette simplification est de deuxième ordre.

4. ANALYSE CRITIQUE DE LA MÉTHODE CV-CF

L'objectif poursuivi dans ce paragraphe est d'appliquer la méthode directe (calcul numérique par la méthode activation/désactivation) et la méthode CV-CF à des cas d'étude correspondant à des données réalistes rencontrées en pratique et de comparer les résultats obtenus.

Deux séries de calculs sont proposées ; dans l'une, le comportement du massif est élastique, dans l'autre, il est parfaitement plastique (critère de Mises ; cohésion C). Le soutènement est élastique linéaire de raideur K_s . Dans tous les cas, le matériau est incompressible élastiquement ($\nu = 0,5$). Une approche adimensionnelle évidente conduit à affirmer que le problème traité est un problème à 3 (élasticité) ou 4 (plasticité) paramètres indépendants.

— Elasticité :

$$P'_\infty = \frac{P_\infty}{E}, K'_s = \frac{K_s}{E}, d'_0 = \frac{d_0}{R_i} \quad (8)$$

— Plasticité (Mises) :

$$P'_\infty = \frac{P_\infty}{E}, C' = \frac{C}{E}, K'_s = \frac{K_s}{E}, d'_0 = \frac{d_0}{R_i} \quad (9)$$

Le soutènement étant élastique linéaire, la courbe de confinement CF est une droite :

$$(\text{courbe de confinement}) : P'_i = K'_s (U_i - U_0) \quad (10)$$

Dans le cas où le massif est élastique, on remarquera, de plus que grâce à la linéarité complète de toutes les équations, la solution finale (P'_{eq} , U'_{eq}), dépend linéairement du paramètre P'_∞ .

De nombreuses simulations numériques, ayant pour but de couvrir une gamme maximale de variation des paramètres adimensionnels ont été réalisées, (BERNAUD, 1991). On présente ici quelques résultats significatifs.

4.1. Elasticité

On étudie le cas d'un massif avec $P'_\infty = 8.10^{-3}$ (par exemple $P_\infty = 4$ MPa et $E = 500$ MPa, c'est-à-dire une roche assez molle à 200 m de profondeur).

* A la place du module d'Young E , on peut préférer le module de cisaillement G pour normer les grandeurs homogènes à des contraintes ($2G = E/(1 + \nu)$) ; en effet, lorsque $\nu \neq 0,5$, il est facile de démontrer que la solution en contrainte et en déplacement du problème plan ne dépend que du rapport $E/(1 + \nu)$. Toutefois, pour le problème axisymétrique, ce résultat n'est plus valide et la solution dépend effectivement des 2 paramètres élastiques E et ν .

On a fait varier, dans un premier temps, la raideur du soutènement K'_s de 0,24 (anneau de béton projeté peu épais) à 72 (soutènement métallique extrêmement rigide), en maintenant la distance de pose d'_0 égale à 2/3. Les résultats (convergence en fonction de la distance au front) sont illustrés sur la figure 8.

Les pics de convergence observés sur ces courbes sont dus aux caractéristiques de la méthode d'activation/désactivation, qui est une méthode d'excavation pas-à-pas.

On peut faire les remarques suivantes :

— la convergence à l'équilibre U'_{eq} diminue quand K'_s augmente : un soutènement s'oppose d'autant plus à la convergence qu'il est rigide. Pour $K'_s = 72$, c'est-à-dire une rigidité pratiquement infinie, on obtient $U'_{eq} = 0,84$ % ; pour $K'_s = 0$, la convergence est maximale et vaut 1,2 % ;

— pour chaque calcul, on vérifie que le point (P'_{eq} , U'_{eq}) appartient bien à la courbe de convergence du massif, ce qui valide les calculs numériques ;

— la convergence U_0 de la paroi à la pose du soutènement dépend de la raideur de celui-ci ; par contre, la convergence au front $U_i = U_i(x = 0)$ ne dépend presque pas de la rigidité du soutènement et l'approximation donnée par (6) est correcte dans tous les cas traités.

L'application de la méthode CV-CF est ici très simple, puisque d_0 étant le même pour toutes les simulations, la valeur U_0 obtenue grâce à la courbe $U_i^f(x)$ (courbe $K'_s = 0$ de la figure 8) est identique et vaut : $U_0 = 9,9075$ %.

En élasticité, la courbe CV est la droite d'équation :

$$P'_i = P'_\infty - \frac{2}{3} U_i \quad (11)$$

Fig. 8. — Calculs 3D du tunnel soutenu. Massif élastique.
Fig. 8. — 3D calculations of supported tunnel. Elastic rockmass.

La résolution du système linéaire formé de (10) et (11) donne la solution (U_{eq} , P'_{eq}) cherchée (voir annexe 2) ; solution que l'on peut comparer à celle donnée par la méthode directe (tableau 1).

Les différences entre les résultats méritent d'être commentées ;

— la méthode directe fournit effectivement des valeurs de la convergence U_0 à la pose qui dépendent du cas traité : U_0 est d'autant plus petit que la raideur du soutènement est forte. La méthode CV-CF fournit par contre une valeur de U_0 identique pour tous les cas ;

— cette erreur sur l'estimation de U_0 se traduit directement par une erreur sur les paramètres fondamentaux : la pression de soutènement à l'équilibre P_{eq} et la convergence de la paroi à l'équilibre U_{eq} ;

— la différence sur les valeurs de P'_{eq} données par les deux méthodes peut être importante ; cette différence relative croît quand la raideur du soutènement augmente : elle passe de - 0,8 % pour $K'_s = 0,24$ à - 20,1 % pour $K'_s = \infty$;

— la différence sur P'_{eq} est toujours de même signe : la méthode CV-CF conduit à une sous-estimation de la pression sur le soutènement à l'équilibre, ce qui ne va pas dans le sens de la sécurité de l'ouvrage.

4.2. Plasticité

Les trois calculs en plasticité présentés ici correspondent aux jeux de paramètres suivants :

- calcul 1 : $d'_0 = 2/3$ $K'_s = 0,72$
(soutènement moyen posé près du front) ;
- calcul 2 : $d'_0 = 2/3$ $K'_s = 0,072$
(soutènement mou posé près du front) ;

- calcul 3 : $d'_0 = 2$ $K'_s = 0,72$
(soutènement moyen posé loin du front).

Par ailleurs, on a pris, comme en élasticité,

$$P'_\infty = 8.10^{-3}.$$

Sur la figure 9a, on a tracé la courbe $U_1^f(x)$ (convergence en fonction de la distance au front du tunnel non soutenu), nécessaire à l'application de la méthode CV-CF. On en déduit les deux valeurs de U_0 correspondant chacune aux deux valeurs de d'_0 testées :

$$d'_0 = 2/3 \rightarrow U_0 = 2,55 \%$$

$$d'_0 = 2 \rightarrow U_0 = 2,95 \%$$

La deuxième étape de la méthode CV-CF (fig. 9b) fournit la valeur des trois couples (U_{eq} , P'_{eq}) cherchés.

Le tableau 2 illustre les résultats essentiels obtenus par les deux méthodes.

En plasticité également, la méthode directe montre que la valeur de la convergence U_0 , pour une distance de pose d'_0 donnée, dépend de la rigidité : cette valeur passe de 1,7 % (calcul n° 1 : soutènement moyen) à 1,9 % (calcul n° 2 : soutènement mou). La méthode CV-CF donne la même valeur de U_0 dans les deux cas : 2,55 %.

Les différences entre les résultats donnés par les deux méthodes sont plus importantes qu'en élasticité. Cette différence atteint 40 % sur la pression à l'équilibre dans le cas du soutènement moyen posé près du front. Elle reste relativement importante, égale à 23 %, lorsqu'un soutènement moyen est posé loin du front.

Lorsqu'un soutènement très raide ($K'_s = 16,8$) est posé à une distance $d'_0 = 2/3$, l'écart est maximal :

Tableau 1. — Résultats des calculs en élasticité par la méthode directe (1) et la méthode CV-CF (2).

Table 1. — Results of elastic calculations with the direct method (1) and CV-CF method (2).

K'_s	Méthode 1 d'activation/désactivation			Méthode 2 convergence-confinement			Comparaison différences relatives (2-1)/1 en %		
	U_0 (%)	U_{eq} (%)	P'_{eq} ($\times 10^{-3}$)	U_0 (%)	U_{eq} (%)	P'_{eq} ($\times 10^{-3}$)	$\frac{\Delta U_0}{U_0}$ (%)	$\frac{\Delta U_{eq}}{U_{eq}}$ (%)	$\frac{\Delta P_{eq}}{P_{eq}}$ (%)
0,24	0,9053	1,122	0,520	0,9075	1,1230	0,516	0,2	0,1	- 0,8
0,48	0,8900	1,070	0,865	0,9075	1,0780	0,816	2,0	0,7	- 5,6
0,72	0,8857	1,037	1,088	0,9075	1,0480	1,013	2,5	1,1	- 6,9
1,68	0,8727	0,9657	1,562	0,9075	0,9906	1,396	4,0	2,6	- 10,6
2,40	0,8669	0,9393	1,738	0,9075	0,9711	1,526	4,7	3,4	- 12,2
7,20	0,8630	0,8920	2,054	0,9075	0,9323	1,785	5,2	4,5	- 13,1
16,80	0,8417	0,8554	2,298	0,9075	0,9190	1,876	7,8	7,4	- 18,4
24,00	0,840	0,8500	2,334	0,9075	0,9154	1,897	8,0	7,7	- 18,7
72,00	0,8339	0,8373	2,418	0,9075	0,9102	1,932	8,8	8,7	- 20,1

Fig. 9. — Application de la méthode CV-CF aux trois cas d'étude en plasticité.
Fig. 9. — Three plastic cases of calculations with the CV-CF method.

la pression à l'équilibre donnée par la méthode CV-CF vaut la moitié de la pression calculée numériquement par la méthode directe.

La différence sur P'_{eq} est toujours de même signe : la méthode CV-CF sous-évalue ce paramètre.

CONCLUSIONS SUR LA COMPARAISON DES DEUX MÉTHODES

Ainsi, il apparaît que la méthode simplifiée CV-CF conduit à des imprécisions sur l'estimation de la pression du soutènement à l'équilibre, qui peuvent sem-

bler trop importantes en regard de l'enjeu (dimensionnement du soutènement).

L'erreur commise sur l'estimation de P'_{eq} peut atteindre 20 à 40 % dans des cas courants, fréquemment rencontrés en pratique. Cette erreur est toujours dans le même sens, la méthode CV-CF donne une estimation par défaut de P'_{eq} .

La raison profonde de l'erreur commise vient de l'estimation de la convergence U_0 à la pose. Cette estimation, qui repose sur l'hypothèse que U_0 ne dépend pas de la raideur du soutènement et qui permet ainsi le découplage, est trop imprécise. Ainsi : la

Tableau 2. — Résultats des trois calculs en plasticité par la méthode directe (1) et la méthode CV-CF (2).

Table 2. — Results of three calculations with the direct method (1) and CV-CF method (2).

		Méthode 1 Activation/Désactivation			Méthode 2 Convergence-Confinement			Comparaison Différence relative (2 - 1)/1 en %		
D O N N É E S	Pas de creusement	1/3 R_l								
	d'_0	2/3		2	2/3		2	2/3		2
	K'_s	0,72	0,072	0,72	0,72	0,072	0,72	0,72	0,072	0,72
R É S U L T A T S	U_0 (%) ($x = d_0$)	1,70	1,90	2,65	2,55	2,55	2,95	50	34	11
	U_{eq} (%)	1,95	3,00	2,78	2,70	3,25	3,05	38	8	10
	P'_{eq} ($\times 10^{-3}$)	1,80	0,80	0,94	1,08	0,52	0,72	- 40	- 35	- 23

valeur de U_0 ne dépend pas seulement de la loi de comportement du massif et de la distance d_0 de pose au front, comme le prévoit la méthode CV-CF, mais elle dépend aussi de la rigidité du soutènement.

Le problème d'interaction massif-soutènement apparaît donc bien comme un problème fortement couplé.

En langage imagé, on peut préciser (fig. 10) que la convergence U_0 dépend des conditions en aval (la proximité du front joue le rôle d'un soutènement fictif, comme le suggère la méthode CV-CF), mais dépend aussi des conditions en amont, c'est-à-dire du soutènement déjà posé.

On notera simplement la dépendance de U_0 ainsi précisée sous la forme :

$$U_0 = f(d'_0, N_s, K'_s)$$

formule dans laquelle N_s , appelé nombre de stabilité, représente la loi de comportement du massif ($N_s = 2 P_\infty / R_c$; où R_c est la valeur absolue de la résistance en compression simple).

5. NOUVELLE MÉTHODE SIMPLIFIÉE DE CALCUL DES TUNNELS : LA « NOUVELLE MÉTHODE IMPLICITE »

La « nouvelle méthode implicite » proposée dans cet article s'inspire d'une méthode implicite proposée antérieurement, et permet de tenir compte de la raideur du soutènement dans le calcul de U_0 . Notre méthode reste basée sur les principes essentiels de la méthode CV-CF et son exposé est donc simplifié.

5.1. Méthode implicite en élasticité

La méthode implicite en élasticité consiste à déduire la courbe $U_i(x)$ donnant la convergence du tunnel soutenu en fonction de la distance au front, de la courbe $U_i^f(x)$ donnant la convergence du tunnel non soutenu, par une transformation géométrique simple.

Plus précisément, cette méthode repose sur deux hypothèses fondamentales :

• Hypothèse 1 :

on considère que les différences $\Delta_1 = U_i(x) - U_i(0)$ entre la convergence de la section courante et

la convergence au front, et $\Delta_2 = U_i(\infty) - U_i(0)$ entre la convergence finale et la convergence au front ont un rapport $a(x)$ qui ne dépend que de x (fig. 11).

On appellera par la suite ce coefficient, la « fonction de forme » :

$$a(x) = \frac{U_i(x) - U_i(0)}{U_i(\infty) - U_i(0)} \quad (12)$$

Ainsi, pour cette méthode également, le calcul 3D du tunnel non soutenu suffit pour déterminer la fonction de forme, dont une expression analytique approchée est donnée par (5) en élasticité :

$$\begin{aligned} a(x) &= a^0(x) = \frac{U_i^f(x) - U_i^f(0)}{U_i^f(\infty) - U_i^f(0)} \\ &= 1 - \left[\frac{0,84 R_i}{x + 0,84 R_i} \right]^2 \end{aligned} \quad (13)$$

• Hypothèse 2 :

on suppose que la convergence au front ne dépend pas du soutènement :

$$U_i(0) = U_i^f(0) = U_f \quad (14)$$

où : U_f est donné par (6).

Alors, la solution (P'_{eq} , U_{eq}) du problème posé est donnée par l'intersection entre les courbes CV et CF. La différence essentielle avec la méthode CV-CF vient que la convergence U_0 (« position » de la courbe CF sur l'axe U_i) dépend implicitement de la solution U_{eq} et donc en particulier de la rigidité du soutènement. En effet, l'équation (12) écrite en $x = d_0$, donne U_0 en fonction de la solution U_{eq} :

$$U_0 = a^0(d_0)(U_{eq} - U_f) + U_f \quad (15)$$

L'application de la méthode implicite aux cas traités dans les paragraphes précédents montre que l'erreur commise reste importante, parfois supérieure à l'erreur commise par l'application de la méthode CV-CF. Néanmoins, la méthode implicite donne des estimations de la pression à l'équilibre par excès.

Cette imprécision vient à nouveau de la trop grande simplicité de l'hypothèse de base de cette méthode, qui suppose que la fonction de forme ne dépend pas de la raideur du soutènement.

Fig. 10. — Influence qualitative de la rigidité du soutènement sur le profil de convergence.

Fig. 10. — Qualitative influence of the lining stiffness on the convergence curve.

Fig. 11. — Définition de la fonction de la forme $a(x)$.
Fig. 11. — Definition of the shape function $a(x)$.

5.2. Principes de base de la « nouvelle méthode implicite »

Nous proposons ici une nouvelle méthode simplifiée de calcul du tunnel soutenu, s'appuyant sur les principes de la méthode CV-CF et construite de manière implicite.

Elle est basée sur la constatation suivante : pour une loi de comportement du massif donnée, la forme de la courbe $a(x)$ dépend aussi de la raideur du soutènement, ce qui est en contradiction avec les hypothèses de découplage de la méthode CV-CF ou de la méthode implicite.

En effet, les calculs 3D montrent que, bien que la fonction de forme $a(x)$ soit toujours une fonction croissante de x entre 0 et 1, la variation de a est d'autant plus prononcée que la raideur du soutènement est élevée. Ce phénomène est illustré sur la figure 12, sur laquelle on a tracé les fonctions de forme $a(x)$ correspondant chacune à une raideur différente, pour une loi élastique.

De façon naturelle, la nouvelle méthode implicite que nous proposons consiste à choisir une fonction de forme $a(x)$ qui dépend de la raideur du soutènement (plus exactement de K'_s) et que l'on notera $a^s(x)$ par la suite.

Une voie à explorer, suggérée par les formes des différentes courbes $a(x)$ tracées sur la figure 12 consiste à substituer à la fonction $x \rightarrow a^0(x)$ la fonction $a^s(x)$ construite à partir de celle-ci par simple affinité d'axe vertical, le rapport d'affinité α ne dépendant que de la raideur du soutènement K'_s (pour une loi de comportement donnée) :

$$a^s(x) = a^0(\alpha x) \quad \text{avec} \quad \alpha = \alpha(K'_s) \quad (16)$$

Fig. 12. — Forme de la fonction $a(x)$ pour différents K'_s (calculs numériques 3D en élasticité).
Fig. 12. — Shape function $a(x)$ for many K'_s (3D numerical elastic calculations).

En l'absence de soutènement ($K'_s = 0$), les fonctions $a^0(x)$ et $a^s(x)$ doivent coïncider : $\alpha(0) = 1$.

Ainsi, l'application de notre méthode, pour chaque type de loi de comportement, consiste à se donner :

1. l'expression de la fonction de forme $a^0(x)$, construite grâce à (13) à partir de la seule courbe $U_i^f(x)$ du tunnel non soutenu ;

2. l'expression de la « fonction de soutènement » $\alpha(K'_s)$ (en pratique, on choisira une forme polynomiale de degré n) ;

$$\alpha(K'_s) = 1 + \sum_{j=1}^n a_j (K'_s)^j \quad (17)$$

3. l'expression de la convergence au front U_f .

A partir de ces données, l'application générale de la nouvelle méthode implicite est simple :

— on écrit que la solution cherchée (P'_{eq} , U_{eq}) est à l'intersection des deux courbes CF et CV :

$$P'_{eq} = CF(U_0, U_{eq}) \quad (18)$$

$$P'_{eq} = CV(U_{eq})$$

— dans ce système (18), la valeur de U_0 dépend implicitement de la solution U_{eq} grâce à (12) :

$$U_0 = a^s(d_0)(U_{eq} - U_f) + U_f \quad (19)$$

Dans la suite, on applique cette méthode pour le cas élastique, plastique parfait-Mises et plastique parfait-Coulomb.

5.3. Application de la nouvelle méthode implicite : cas du massif élastique

La fonction de forme $a^0(x)$ choisie est donnée par (5).

Par ailleurs, comme on l'a déjà noté, en élasticité on peut considérer que la convergence au front ne dépend pas du soutènement : $U_f(0) = U_f$.

Pour valider notre modèle, il faut vérifier que la fonction polynomiale $\alpha(K'_s)$, qui sera choisie, donne des résultats proches des résultats exacts lorsqu'on fait varier indépendamment l'ensemble des paramètres adimensionnels du problème.

Par souci de simplicité, la démarche que nous allons adopter ci-dessous consiste à effectuer l'ajustement des paramètres a_j de la formule (17) sur les résultats exacts dans un cas spécifique, d'_0 et P'_∞ fixés aux valeurs respectives $d'_0 = 2/3$ et $P'_\infty = 0,008$, et K'_s variable dans une très large gamme, de 0 (pas de soutènement) à 30 (soutènement rigide).

On vérifiera ensuite que cette fonction de soutènement $\alpha(K'_s)$ ainsi déterminée, donne de bons résultats dans les cas où d'_0 et P'_∞ prennent des valeurs différentes.

Les résultats des dix calculs en élasticité, qui ont été présentés sur la figure 8 ($d'_0 = 2/3$, $P'_\infty = 0,008$, K'_s variable), fournissent notamment la valeur exacte de la convergence U_0 au moment où le soutènement est posé, c'est-à-dire la valeur de $a^s(d_0)$ et celle de α (calculée grâce à (16)), pour plusieurs valeurs de K'_s .

Le calcul des paramètres a_j a été effectué en cherchant le meilleur ajustement entre les dix valeurs α^c des calculs exacts, et les dix valeurs α^s données par l'approximation. Pour cette étude, on a utilisé un programme numérique de calcul de moindres carrés figurant dans le « Numerical Recipes » (PRESS & al., 1986).

Partant de $n = 1$ et augmentant progressivement le degré du polynôme, l'approximation s'affine de plus en plus, pour devenir très satisfaisante à partir de $n = 4$.

On obtient ainsi :

$$\alpha(K'_s) = 1 + 0,635 K'_s - 0,0293 K'^2_s + 0,781 \times 10^{-3} K'^3_s - 0,64 \times 10^{-5} K'^4_s \quad (20)$$

La fonction $\alpha(K'_s)$ obtenue est tracée sur la figure 13.

Les courbes $a^s(x)$ sont tracées sur la figure 14 pour différentes valeurs de K'_s . On constate en particulier

Fig. 13. — Fonction de soutènement $\alpha(K'_s)$.
Fig. 13. — Lining function $\alpha(K'_s)$.

Fig. 14. — $a^s(x)$ pour plusieurs valeurs du paramètre K'_s .
Fig. 14. — $a^s(x)$ for many values of K'_s .

que, conformément à l'idée initiale qui a présidé à la proposition de cette nouvelle méthode, la forme de $a^s(x)$ est d'autant plus accentuée que la raideur réduite K'_s du soutènement est élevée.

On trouvera les résultats essentiels de ces calculs sur les figures 15a-b (convergence U_{eq} et pression P'_{eq}).

On peut faire les commentaires suivants :

— pour les neuf calculs réalisés ($d'_0 = 2/3$, $P'_\infty = 0,008$), la nouvelle méthode implicite fournit des valeurs des paramètres fondamentaux U_{eq} et P'_{eq} remarquablement proches des résultats issus des calculs 3D ;

— l'écart relatif sur la pression de soutènement à l'équilibre entre les valeurs données par notre modèle et les valeurs exactes n'excède pas 3,4 % et ceci dans une gamme très étendue de raideurs de soutènement ($0 < K'_s < 30$) ;

— la nouvelle méthode fournit des approximations de P'_{eq} et U_{eq} bien meilleures que celles données par la méthode convergence-confinement ou la méthode implicite classique.

Sur la figure 16 nous avons tracé les profils de $U_i(x)$ pour un soutènement mou ($K'_s = 0,24$) et un autre

Fig. 15 a-b. — Convergence U_{eq} (a) et pression P'_{eq} à l'équilibre (b), en fonction du paramètre K'_s (pour $P'_\infty = 0,008$ et $d'_0 = 2/3$) par deux méthodes : calculs numériques et nouvelle méthode implicite.

Fig. 15 a-b. — Convergence U_{eq} (a) and pressure P'_{eq} (b) at equilibrium versus K'_s , by two methods : numerical calculation and new implicit method.

Fig. 16. — Comparaisons des courbes $U_i(x)$ (calcul numérique et nouvelle méthode implicite).

Fig. 16. — Comparison of $U_i(x)$ curves (numerical calculation and new implicit method).

très rigide ($K'_s = 24$) obtenus par voie numérique et par la méthode approchée.

Là aussi, la comparaison donne entière satisfaction ; on note toutefois que le profil $U_i(x)$ donné par la nouvelle méthode est un peu trop accentué près du front, pour des soutènements raides.

La validation de cette méthode approchée en élasticité a été réalisée sur un grand nombre de cas, où nous avons fait varier indépendamment les deux paramètres adimensionnels essentiels du problème, d'_0 et K'_s . Sur le tableau 3, sont consignées les valeurs des pressions à l'équilibre pour quelques calculs réalisés. Ces calculs montrent que l'erreur commise sur la pression à l'équilibre est généralement de l'ordre de 2 % et ne dépasse jamais 5 %, ce qui en pratique est largement suffisant.

Le problème complet du calcul approché du tunnel profond circulaire dans un milieu élastique incompressible homogène isotrope est donc ainsi entièrement résolu avec une précision tout à fait acceptable.

5.4. Extension de la nouvelle méthode en plasticité

Pour obtenir une expression de la convergence du tunnel soutenu dans un milieu incompressible élasto-plastique, nous suivons la même démarche que celle adoptée pour les milieux élastiques.

Nous réalisons une série de calculs numériques 3D par la méthode d'activation/désactivation en faisant varier les 4 (Mises) ou 5 (Coulomb) paramètres adimensionnels du problème.

Nous cherchons ensuite l'expression de la fonction de forme $a^0(x)$ et de la fonction de soutènement $\alpha(K'_s)$, ainsi que l'expression de U_i nécessaires à la méthode. Enfin, une validation est réalisée.

Les figures 17 (a-b) illustrent quelques résultats des calculs 3D pour le matériau de Mises : on donne les profils des convergences en fonction de la distance au front du problème avec $P'_\infty = 0,008$; $d'_0 = 2/3$, plusieurs K'_s et pour deux cas : $N_s = 4$ et 5.

Tableau 3. — Valeurs de la pression à l'équilibre données par les calculs numériques (P'_{eq}^c), par la méthode CV-CF (P'_{eq}^{CV-CF}) et la nouvelle méthode implicite.

Table 3. — Values of the equilibrium pressure obtained by the numerical calculation (P'_{eq}^c), the CV-CF method (P'_{eq}^{CV-CF}) and the new implicit method (P'_{eq}^a).

P'_∞	d'_0	K'_s	P'_{eq}^a ($\times 10^{-3}$)	P'_{eq}^c ($\times 10^{-3}$)	$\frac{P'_{eq}^c - P'_{eq}^a}{P'_{eq}^c}$ (%)	$\frac{P'_{eq}^c - P'_{eq}^{CV-CF}}{P'_{eq}^c}$ (%)
0,008	2/3	0,72	1,118	1,088	- 2,7	6,9
		7,20	2,084	2,054	- 1,4	13,1
		72,00	2,419	2,419	0	20,1
	1	0,72	0,750	0,733	- 2,3	13,2
		1,68	1,069	1,066	- 0,3	17,6
		2,40	1,165	1,134	- 2,7	15,4
		4,80	1,268	1,320	3,9	18,5
		7,20	1,305	1,353	3,6	17,1
		72,00	1,454	1,532	5,1	20,7
	2	7,2	0,458	0,454	- 0,8	- 3,7

Fig. 17 a-b. — Profils des convergences en fonction de la distance au front (a) $N_s = 4$; (b) $N_s = 5$.

Fig. 17 a-b. — Convergences versus the distance from the tunnel face (a) $N_s = 4$; (b) $N_s = 5$.

Les fonctions de forme $a^s(x)$ dépendent bien sûr, comme en élasticité, de la raideur du soutènement. On a tracé ces fonctions sur la figure 18 dans le cas du matériau de Mises avec $N_s = 4$ et du matériau de Coulomb avec $P'_\infty/C' = 5$ et $\phi = 30^\circ$.

Par comparaison avec le cas élastique, on peut faire sur les courbes des figures 17 et 18 les commentaires suivants :

— en l'absence de soutènement, les fonctions de forme $a^0(x)$ sont semblables dans tous les cas. La formulation proposée par PANET et GUÉNOT (1982), qui consiste à remplacer R_i par le rayon de la zone plastique à l'équilibre R_p dans (5), est tout à fait correcte en plasticité ;

— pour un K'_s donné, les fonctions de forme correspondant aux trois lois de comportement étudiées ne sont pas superposables. La « fonction de soutènement » $\alpha(K'_s)$, contrairement à la fonction de forme $a^0(x)$ dépend effectivement de la nature de la loi de comportement.

Ainsi, pour les matériaux plastiques, la nouvelle méthode implicite est précisée :

— la fonction de forme $a^0(x)$ du tunnel non soutenu a une expression unique :

$$a^0(x) = 1 - \left[\frac{0,84 R_p}{x + 0,84 R_p} \right]^2 \quad (21)$$

qui est celle du cas élastique après changement de R_i par R_p , rayon de la zone plastique (calcul plan du tunnel non soutenu) ;

— la fonction de soutènement $\alpha(K'_s)$ dépend du type de la loi de comportement ;

— la convergence au front U_f dépend du type de la loi de comportement choisie pour le massif.

5.4.1. Application au matériau de Mises

Le problème du tunnel soutenu dans un milieu incompressible élastoplastique parfait de Mises est

représenté par un modèle à quatre paramètres adimensionnels : P'_∞ , C' , K'_s , d'_0 .

Puisque nous avons un paramètre de plus qu'en élasticité (la cohésion C' , ou plutôt le rapport $N_s = P'_\infty/C'$), il nous apparaît donc naturel de chercher une fonction $\alpha^p(K'_s)$ pour chaque valeur de N_s ($N_s = 1 \rightarrow$ élasticité).

Ainsi, la démarche simple que nous avons choisie consiste à tracer la fonction $\alpha^p(K'_s)$, pour chaque valeur de N_s ($= 3, 4$ ou 5), à l'aide des résultats exacts dans un cas spécifique : $P'_\infty = 0,008$; $d'_0 = 2/3$ et K'_s variable dans une large gamme de valeurs de soutènements courants ($0,24 \leq K'_s \leq 7,2$). Ensuite, la validation est réalisée en faisant varier l'ensemble des quatre paramètres adimensionnels.

Sur la figure 19 nous avons tracé les courbes donnant α^p en fonction de K'_s obtenues par voie numérique pour $N_s = 1$ (élasticité), 3, 4, et 5.

Par ailleurs, sur la figure 20, nous avons tracé le paramètre « fonction réduite de soutènement » $\alpha^*(K'_s) = \alpha^p(K'_s)/R_p$ égal, pour chaque valeur de la raideur de soutènement, au rapport entre la fonction de soutènement et le rayon plastique R_p .

Il est remarquable de constater que l'écart entre les différentes courbes α^* est très faible. Ainsi, de façon à simplifier l'analyse, nous proposons de choisir simplement la courbe moyenne, notée $\alpha^*_{\text{moy}}(K'_s)$, obtenue par moyenne arithmétique des quatre courbes ($N_s = 1, 3, 4$ et 5), comme représentative du comportement moyen pour le matériau élastique et le matériau de Mises (fig. 20). On obtient :

$$\alpha^*_{\text{moy}}(K'_s) = 0,76583 + 1,029 K'_s - 0,15454 K'^2_s + 0,02144 K'^3_s - 0,001293 K'^4_s \quad (22)$$

(formule valable pour $K'_s \leq 7,2$)

Pour ce qui concerne la valeur de U_f , nous avons pu constater (voir fig. 17a) que sa valeur ne varie pas de façon importante avec K'_s . Ainsi, on utilise une

Fig. 18. — Fonctions de forme pour les matériaux de Mises et de Coulomb.
Fig. 18. — Shape functions for Mises and Coulomb materials.

Fig. 19. — Fonction de soutènement pour différents N_s .
Fig. 19. — Lining function for many values of N_s .

valeur moyenne de U_l , pour chaque N_s et on choisit pour U_l/U_∞ une fonction polynomiale qui ne dépend que de N_s :

$$U_l(N_s) = (0,3573 - 0,18 \times 10^{-2} N_s - 0,70 \times 10^{-2} N_s^2) U_\infty \quad (23)$$

(formule valable pour $N_s \leq 5$)

avec :

$$U_\infty = \sqrt{3} C' e \left[\frac{P'_\infty}{(2/\sqrt{3}) C'} - 1 \right] \quad (24)$$

Sur les figures 21 (a-d) nous avons tracé les valeurs de la pression à l'équilibre P'_{eq} en fonction de K'_s pour le problème avec $P'_\infty = 0,008$; $d'_0 = 2/3$; $N_s = 1, 3, 4$ et 5 , obtenues par voie numérique et par la méthode approchée.

De façon générale, on peut observer la bonne concordance entre les résultats du calcul 3D et les résultats approchés.

Pour $N_s > 1$ (plasticité), l'erreur commise sur le paramètre fondamental P'_{eq} est de l'ordre de 2 % ; sa valeur maximale ne dépasse jamais 7 %. En élasticité ($N_s = 1$), l'erreur est de l'ordre de 6 % ; sa valeur maximale étant de 13 % (dans le sens de la sécurité) pour $K'_s = 0,24$.

La validation de notre méthode approchée en plasticité pour un matériau de Mises a été réalisée pour un grand nombre de cas significatifs, où nous avons fait varier l'ensemble des paramètres du problème ($N_s, P'_\infty, d'_0, K'_s$). Sur le tableau 4 sont consignées, les valeurs de la pression à l'équilibre de plusieurs exemples traités par voie numérique et par la nouvelle méthode approchée.

Ces valeurs montrent que l'erreur commise sur le paramètre dimensionnant fondamental P'_{eq} est, en général, inférieure à 3 % et ne dépasse jamais 10 %, ce qui est très satisfaisant.

Fig. 20. — Fonction réduite de soutènement α^* .
Fig. 20. — Lining function α^* .

5.4.2. Application au matériau de Coulomb

Le problème d'un tunnel soutenu dans un milieu incompressible élastoplastique parfait de Mohr-Coulomb est représenté par un modèle à cinq paramètres adimensionnels : P'_∞, C', ϕ (angle de frottement), K'_s, d'_0 .

La démarche pour obtenir la fonction $\alpha^p(K'_s)$ et, par conséquent, la convergence du tunnel soutenu dans de tels milieux, suit le même raisonnement que précédemment.

Dans le cas présent, il nous paraît raisonnable de tracer une fonction $\alpha^*(K'_s)$ pour chaque valeur de l'angle de frottement ϕ .

Ainsi, pour chaque valeur significative de $\phi = 4^\circ, 15^\circ$ et 30° on trace la fonction $\alpha^*(K'_s)$ à partir des résultats des calculs 3D dans un cas particulier : $P'_\infty = 0,008$; $d'_0 = 2/3$; $P'_\infty/C' = 5$; $0,72 \leq K'_s \leq 7,2$ (fig. 22).

Sur cette figure, on peut observer qu'il existe une différence importante entre chaque courbe α^* , et qu'il n'est donc pas possible de proposer une courbe moyenne pour le matériau de Coulomb comme on l'a fait pour le matériau de Mises.

L'angle de frottement apparaît bien comme un paramètre important qui doit être pris en compte dans l'expression de α^* .

La forme des courbes tracées sur la figure 22 suggère néanmoins une dépendance simple : la fonction de forme pour un matériau d'angle ϕ se déduit de la courbe du matériau de Mises ($\phi = 0$) par simple translation :

$$\alpha^*(K'_s, \phi) = \alpha^*_{moy}(K'_s) + 0,035 \phi \quad (25)$$

Cette expression est valable dans la gamme des soutènements courants. Pour des raideurs K'_s très faibles, une autre expression de $\alpha^*(K'_s, \phi)$ (plus complexe), conduisant à des résultats plus précis, est donnée dans l'annexe 3.

La convergence au front, comme pour le matériau de Mises dépend de N_s :

Fig. 21 a-d. — Comparaison de P'_{eq} entre calcul numérique et méthode approchée (matériau de Mises).
Fig. 21 a-d. — Comparison of P'_{eq} between the numerical calculation and the new implicit method (Mises material).

Fig. 22. — Fonctions de forme pour le matériau de Coulomb.
Fig. 22. — Shape functions for the Coulomb material.

Tableau 4. — Validation de la nouvelle méthode implicite en plasticité (Mises).
Table 4. — Validity of the new implicit method in plasticity (Mises).

N _s	P'∞	d'0	K's	P'eq ^c (× 10 ⁻³)	P'eq ^a (× 10 ⁻³)	$\frac{P'eq^c - P'eq^a}{P'eq^c}$ (%)
2	0,008	2/3	0,24	0,582	0,592	- 1,7
			0,48	0,864	0,886	- 2,5
			0,72	1,082	1,064	1,7
			1,68	1,418	1,376	3,0
3	0,006	2/3	0,24	0,660	0,610	7,6
			0,72	1,000	0,982	1,8
			1,68	1,200	1,200	0,0
			2,40	1,300	1,266	2,6
			7,20	1,406	1,408	0,1
4	0,008	5/3	0,72	0,980	0,884	9,8
			1,68	1,120	1,020	8,9
			7,20	1,200	1,080	10,0
5	0,008	5/3	0,48	1,240	1,148	7,4
			0,72	1,306	1,256	3,8
			1,68	1,426	1,392	2,4
			2,40	1,460	1,422	2,6
			7,20	1,532	1,464	4,4
5	0,01	2/3	0,24	2,040	1,906	6,6
			0,48	2,336	2,314	0,9
			0,72	2,480	2,506	- 1,0
			2,40	2,780	2,866	- 3,1
			7,20	2,940	3,020	- 2,7

$$U_i(N_s) = (0,17153 + 0,12747 N_s) - 0,027275 N_s^2) U_\infty \tag{26}$$

(formule valable pour $N_s \leq 5$)

avec :
 $N_s = 2 P_\infty / R_c$ et $R_c = 2 C \cos \phi (1 - \sin \phi)$ (27)
 U_∞ étant la convergence loin du front ($x = \infty$) du tunnel non soutenu (avec un critère de Coulomb).

Sur les figures 23 (a-b) on a tracé les valeurs de P'_{eq} obtenues par les calculs numériques et par la méthode approchée du problème avec :

$P'_\infty = 0,008 ; d'_0 = \frac{2}{3} ;$
 $\frac{P'_\infty}{C'} = 5 ; \phi = 15^\circ \text{ et } 30^\circ .$

Fig. 23. — Comparaison de P'_{eq} entre calcul numérique et méthode approchée (matériau de Coulomb).
Fig. 23. — Comparison of P'_{eq} between the numerical calculation and the new implicit method (Coulomb material).

L'erreur commise sur la pression à l'équilibre est de l'ordre de 5 %, elle est d'autant plus faible que la rigidité du soutènement est élevée.

La validation de la méthode approchée, pour un matériau de Coulomb, a été faite dans un certain nombre de cas, en faisant varier l'ensemble des paramètres du problème.

Sur le tableau 5, on donne quelques résultats obtenus par voie numérique et par la méthode approchée.

On peut constater comme auparavant que l'erreur commise est de l'ordre de 5 % ; l'erreur maximale étant de 11 %.

REMARQUES GÉNÉRALES

1. La méthode numérique d'activation/désactivation étant une méthode pas-à-pas, les courbes de convergence en fonction de la distance au front présentent de petits pics, ce qui pose le problème de l'estimation précise de U_0 et U_{eq} .

Le choix que nous avons adopté pour obtenir :

$$a^s(d_0) = \frac{U_0 - U_i}{U_{eq} - U_i}$$

et ensuite α , est de prendre pour U_{eq} la valeur la plus faible d'un pic ; et ensuite, à partir de cette convergence U_{eq} , on détermine la pression P_{eq} correspondante sur la courbe de convergence du massif.

Avec les valeurs de U_{eq} et P_{eq} ainsi obtenues on calcule la convergence U_0 à l'aide de l'équation (18 a) : $U_0 = U_{eq} - P_{eq}/K_s$.

Nous avons pu constater, sur l'ensemble des calculs réalisés, que cette valeur de U_0 correspond à la convergence à une distance comprise entre :

$$d_0 \text{ et } d_0 + \frac{\text{pas}}{2} \text{ (avec pas = pas d'excavation).}$$

2. Courbe de convergence CV

Pour un problème complet donné, même si les deux hypothèses préliminaires sont vérifiées (éloignement du front et V constant), il n'est pas certain que le point d'équilibre (P_i , U_i) appartienne à la courbe CV. En effet, par exemple pour une loi de comportement

plastique, on peut au cours du chargement avoir développé des déformations plastiques ϵ_z^p selon l'axe z du tunnel à proximité de la paroi. Ensuite, lorsque le front est loin, ces déformations plastiques résiduelles sont exactement compensées par des déformations élastiques, de façon à ce que le champ de déplacement final soit bien purement radial. Néanmoins, cette solution diffère de la solution classique en déformation plane obtenue en écrivant que la composante selon l'axe Oz , du déplacement est nulle à chaque instant. Un autre contre-exemple est plus classique (BÉREST et NGUYEN MINH, 1983) : en viscoplasticité, si le soutènement est raide, il peut y avoir au sein du massif des phénomènes de décharges élastiques (une zone viscoplastique reprend plus tard un comportement élastique incrémental) qui éloignent le point réel d'équilibre de la courbe CV.

Néanmoins, pour l'ensemble des cas traités par voie numérique, nous avons pu constater que ces phénomènes particuliers ne se produisent que très rarement et que leur effet est négligeable. Dans l'ensemble de l'article, on a donc considéré que la courbe CV est effectivement l'ensemble des points d'équilibre possibles du tunnel revêtu.

CONCLUSION

L'étude du tunnel soutenu consiste essentiellement à calculer la valeur de la pression de soutènement à l'équilibre et la convergence de la paroi, en fonction des données du problème.

Le concepteur peut, dans une certaine mesure, choisir certaines de ces données, notamment celles qui concernent le soutènement et les conditions de sa pose.

Le problème ainsi posé est un problème d'interaction forte entre deux structures de comportements très différents. En raison de la proximité du front de taille, ce problème est, par nature, tridimensionnel.

Il est donc intéressant de mettre au point des méthodes de calcul simplifiées qui permettent de réaliser les calculs en conditions de déformation plane et de découpler ainsi le problème posé.

Dans les cas simples à symétrie cylindrique, on a montré que le paramètre essentiel qui conditionne l'interaction est la convergence U_0 à la pose du soutènement.

Tableau 5. — Validation de la nouvelle méthode implicite pour le matériau de Coulomb.

Table 5. — Validity of the new implicit method for the Coulomb material.

$\frac{P'_\infty}{C'}$	Φ	P'_∞	d'_0	K'_s	$\frac{P'_{eq}}{(\times 10^{-3})}$	$\frac{P'^a_{eq}}{(\times 10^{-3})}$	$\frac{P'_{eq} - P'^a_{eq}}{P'_{eq}} (\%)$
5	15°	0,008	5/3	2,4	0,700	0,620	11,4
6,25	30°	0,010	5/3	7,2	0,608	0,572	5,9
5	20°	0,008	2/3	2,4 7,2	1,244 1,468	1,266 1,520	- 1,8 - 3,5

Les méthodes simplifiées de calcul doivent donc s'attacher à évaluer ce paramètre avec précision.

La méthode convergence-confinement, qui suggère de calculer U_0 au moyen de la seule connaissance du profil de convergence du tunnel non soutenu, conduit à des imprécisions qui peuvent être importantes.

Ainsi, pour certaines applications, l'hypothèse de découplage de cette méthode peut apparaître trop forte ; dans ces cas là, il faut donc considérer que la convergence U_0 à la pose du soutènement dépend non seulement de la proximité du front, mais aussi de la présence du soutènement déjà posé.

La nouvelle méthode implicite que nous proposons est basée sur les mêmes principes que ceux de la méthode convergence-confinement ; mais, elle propose une estimation plus précise de U_0 , qui tient compte de l'ensemble des données.

Cette nouvelle méthode, résumée dans l'annexe 1, a été mise au point dans les trois cas les plus courants des massifs élastique et plastique (critère de Mises ou de Coulomb).

Une étude exhaustive de chacun de ces cas a montré que la nouvelle méthode donne une estimation des paramètres fondamentaux à l'équilibre tout à fait précise, de l'ordre de 3 à 5 % sans jamais excéder 10 %.

Les extensions de cette méthode, sur lesquelles les auteurs travaillent actuellement, sont a priori nombreuses. Elles concernent en particulier les cas des comportements plus complexes, comme ceux qui font intervenir le temps.

BIBLIOGRAPHIE

- AFTES (1979), *Stabilité des tunnels par la méthode Convergence-Confinement*. Tunnel et ouvrages souterrains, n° 32, mars-avril.
- AFTES (1983), *Recommandations sur l'emploi de la méthode convergence-confinement*. Tunnels et ouvrages souterrains, n° 59, septembre-octobre.
- BEREST P., NGUYEN MINH D. (1983), *Modèle viscoplastique pour le comportement d'un tunnel revêtu*. Revue Française de Géotechnique, n° 23, pp. 19-25.
- BERNAUD D. (1991), *Tunnels profonds dans les milieux viscoplastiques. Approches expérimentale et numérique*. Thèse, Ecole nationale des Ponts et Chaussées.
- CORBETTA F., BERNAUD D., NGUYEN MINH D. (1990), *Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude*. Revue Française de Géotechnique, n° 25, 3^e trimestre 1990.
- CORBETTA F. (1990), *Nouvelles méthodes d'étude des tunnels profonds-Calculs analytique et numérique*. Thèse, Ecole nationale supérieure des Mines de Paris.
- NGUYEN Q.S. (1977), *On the elastic plastic initial-boundary value problem and its numerical integration*. Int. J. num. Meth. Engng., vol. 11, pp. 817-832.
- NGUYEN QUOC S., RAHIMIAN M. (1981), *Mouvement permanent d'une fissure en milieu élastoplastique*. Journal de Mécanique Appliquée, vol. 5, n° 1.
- PANET M., GUELLEC P. (1974), *Contribution à l'étude du soutènement d'un tunnel à l'arrière du front de taille*. Proc. 3rd Int. Cong. Rock Mechanics, Denver, Vol. II B.
- PANET M. (1986), *Calcul du soutènement des tunnels à section circulaire par la méthode convergence-confinement avec un champ de contraintes initiales anisotrope*. Tunnels et ouvrages souterrains, n° 77, septembre-octobre 1986.
- PANET M., GUÉNOT A. (1982), *Analysis of convergence behind the face of a tunnel*. Proc. Int. Symp. : Tunnelling 82, Brighton.
- PRESS W.H. et al. (1986), *Numerical recipes*. 3rd Edition, Cambridge University Press.
- ROUSSET G. (1988), *Comportement mécanique des argiles profondes : application au stockage de déchets radioactifs*. Thèse, Ecole nationale des Ponts et Chaussées.
- ROUSSET G. (1990), *Les sollicitations à long terme des revêtements des tunnels*. Revue Française de Géotechnique, n° 53, 4^e trimestre 1990.
- SALENÇON J., HALPHEN B. (1987), *Cours de calcul des structures anélastiques - Elastoplasticité*. ENPC, Paris.
- ZIENKIEWICZ O.C., CORMEAU I.C. (1974), *The finite element method in engineering science*. 37th Edition Mc Graw-Hill, New-York.

ANNEXE 1 : « NOUVELLE MÉTHODE IMPLICITE » - RÉSUMÉ

1. Hypothèses de base et notations

- Tunnel circulaire de rayon R_i .
- Massif infini, homogène, isotrope.
- Contrainte initiale géostatique $P_\infty = \rho g H$.
- Soutènement élastique de raideur K_s .
- Module d'Young E .
- Cohésion C .
- Angle de frottement ϕ .
- Résistance à la compression simple R_c .
- $N_s = \frac{2 P_\infty}{R_c}$
- Pression de soutènement : P_i ; Convergence : U_i .

- Distance de pose du soutènement : d_0 .
- Convergence :
 - à l'équilibre (lorsque de front est loin) : U_{eq} ;
 - en fonction de la distance au front x : $U_i(x)$;
 - au front : $U_f (= U_i(0))$;
 - à la pose du soutènement : $U_0 (= U_i(d_0))$.

2. Principes généraux de la méthode

La nouvelle méthode implicite, ramène l'étude du problème 3D du tunnel circulaire soutenu à une étude en déformation plane.

Le paramètre clé, qui régit l'interaction entre le massif et le soutènement, est la convergence $U_0 = U_i(d_0)$ à la pose du soutènement.

La nouvelle méthode implicite prend en compte la dépendance de U_0 en fonction de la raideur du soutènement.

3. Hypothèse de base (découplage)

La fonction de forme $a^s(x) = \frac{U_i(x) - U_f}{U_{eq} - U_f}$ du tunnel soutenu se calcule à partir de la fonction de forme $a^0(x)$ du tunnel non soutenu par affinité sur x , dont le rapport α (fonction de soutènement) ne dépend que de la raideur du soutènement :

$$a^s(x) = a^0(\alpha(K'_s)x).$$

4. Données nécessaires à l'application de la méthode

Pour une loi de comportement du massif choisie, il faut se donner :

— la fonction de forme du tunnel non soutenu $a^0(x)$. On propose :

$$a^0(x) = 1 - \left[\frac{0,84 R_p}{x + 0,84 R_p} \right]^2$$

avec R_p = rayon plastique du tunnel non soutenu ($R_p = R_i$ en élasticité) ;

— la fonction réduite de soutènement :

$$\alpha^*(K'_s) = \alpha(K'_s)/R_p$$

— la convergence au front $U_f(N_s)$.

5. Application de la méthode

On calcule, pour la loi de comportement choisie, la courbe de convergence du massif $P_i = CV(U_i)$ (calcul en déformation plane ; voir annexe 2).

La courbe de confinement a pour équation :

$$CF : P_i = K'_s (U_i - U_0)$$

Pour K'_s donné et une distance de pose d_0 choisie, on cherche U_0 grâce à la fonction de forme :

$$U_0 = U_f + a^s(d_0) (U_{eq} - U_f)$$

(U_0 dépend implicitement de la solution cherchée U_{eq}).

Le point d'équilibre (P'_{eq} , U_{eq}) réalise l'intersection de la courbe de convergence CV et de la courbe de confinement CF .

6. Fonction réduite de soutènement $\alpha^*(K'_s)$

Elasticité et plasticité (Mises ($\phi = 0$) et Coulomb).

$$\alpha^*(K'_s, \phi) = \alpha^*_{moy}(K'_s) + 0,035 \phi$$

$$\alpha^*_{moy}(K'_s) = 0,76583 + 1,029 K'_s$$

$$- 0,15454 K'^2_s + 0,02144 K'^3_s - 0,001293 K'^4_s$$

(formule valable pour $K'_s \leq 7,2$).

7. Convergence au front U_f

— Elasticité : $U_f = 0,27 U_\infty$;

— Plasticité Mises :

$$U_f(N_s) = (0,3573 - 0,18 \times 10^{-2} N_s - 0,70 \times 10^{-2} N_s^2) U_\infty$$

— Plasticité Coulomb :

$$U_f(N_s) = (0,17153 + 0,12747 N_s - 0,027275 N_s^2) U_\infty$$

(formules valables pour $N_s \leq 5$).

8. Précision de la méthode

De l'ordre de quelques % sur P'_{eq} dans la gamme de soutènement courants.

En général, la précision est d'autant meilleure que la raideur du soutènement est forte.

ANNEXE 2 :

RÉSOLUTION DU PROBLÈME PLAN A L'ÉQUILIBRE

La pression de soutènement à l'équilibre P'_{eq} et la convergence de la paroi correspondante sont les solutions du système (1). Ce système indique que le point (P'_{eq} , U_{eq}) est à l'intersection des courbes de confinement et de convergence :

$$\begin{cases} P'_{eq} = K'_s (U_{eq} - U_0) \\ \quad \text{(courbe de confinement)} \\ P'_{eq} = CV(U_{eq}) \\ \quad \text{(courbe de convergence)} \end{cases} \quad (1)$$

système dans lequel U_0 dépend de U_{eq} par l'intermédiaire de la fonction de forme :

$$U_0 = a^s(d_0) (U_{eq} - U_f) + U_f \quad (2)$$

Dans cette annexe, on explicite la fonction CV dans chacun des trois cas traités et on donne la solution du système (1).

1. Elasticité

En élasticité, la courbe CV est une droite :

$$P'_{eq} = P'_\infty - \frac{2}{3} U_{eq} \quad (3)$$

et la solution de (1) est explicite :

$$U_{eq} = \frac{P'_\infty + K'_s U_f (1 - a^s(d_0))}{K'_s (1 - a^s(d_0)) + \frac{2}{3}} ;$$

$$P'_{eq} = P'_\infty - \frac{2}{3} U_{eq} \quad (4)$$

2. Plasticité (critère de Mises)

Dans ce cas, la courbe CV est logarithmique :

(pour $P'_{eq} < P'_\infty - \frac{2 C'}{\sqrt{3}}$; si $P'_{eq} > P'_\infty - \frac{2 C'}{\sqrt{3}}$ alors le massif reste élastique) :

$$P'_{eq} = P'_\infty - \frac{2 C'}{\sqrt{3}} \left[1 + \ln \frac{U_{eq}}{\sqrt{3} C'} \right] \quad (5)$$

La résolution du système (1), la fonction CV étant ainsi explicitée, revient donc à déterminer le zéro de l'équation suivante :

$$a \ln U_{eq} + b U_{eq} + c = 0 \quad (6)$$

Avec :

$$\begin{cases} a = - \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \right] \frac{C'}{K'_s} \\ b = a^s(d_0) - 1 \\ c = (1 - a^s(d_0)) U_f + \left[\frac{P'_\infty}{K'_s} \right] \\ + \frac{(2 C' \sqrt{3})}{K'_s} \{ \ln [\sqrt{3} C'] - 1 \} \end{cases} \quad (7)$$

Par ailleurs le rayon plastique a pour expression :

$$R'_{p=e} \left[\frac{-P'_{eq} + P'_\infty}{[4/\sqrt{3}] C'} - 0,5 \right]$$

3. Plasticité (critère de Coulomb)

Dans le cas du critère de Coulomb, dès que :

$$P'_{eq} < \frac{2}{K_p + 1} \left[P'_\infty + \frac{H'}{2} (3 - K_p) \right],$$

la fonction CV s'écrit :

$$\frac{P'_{eq} + H'}{P'_\infty + H'} = \frac{2}{K_p + 1}$$

$$\left[\frac{2}{3} \frac{K_p + 1}{K_p - 1} \frac{U_{eq}}{P'_\infty + H'} \right] - \frac{K_p - 1}{2} \quad (8)$$

avec $H' = C' \cotg \phi$ et $K_p = \tg^2 \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right]$ (9)

La résolution du système (1) revient à déterminer le zéro de l'équation suivante :

$$a_1 U_{eq}^{n_1} + b_1 U_{eq}^{n_2} - c_1 = 0 \quad (10)$$

Avec :

$$\begin{cases} a_1 = \left\{ \frac{(K_p + 1)}{1,5 (K_p - 1) (P'_\infty + H')} \right\} \frac{K_p - 1}{2} \\ \left[\frac{K_p + 1}{2} \right] K'_s (1 - a^s(d_0)) \\ b_1 = \left\{ \frac{(K_p + 1)}{1,5 (K_p - 1) (P'_\infty + H')} \right\} \frac{K_p - 1}{2} \\ \frac{K_p + 1}{2} [U_f K'_s (a^s(d_0) - 1) + H'] \\ c_1 = P'_\infty + H' \\ n_1 = \frac{K_p + 1}{2} \\ n_2 = \frac{K_p - 1}{2} \end{cases} \quad (11)$$

Par ailleurs le rayon plastique a pour expression :

$$R'_p = \left[\frac{2}{K_p + 1} \frac{P'_\infty + H'}{P'_{eq} + H'} \right] \frac{1}{K_p - 1} \quad (12)$$

ANNEXE 3 :

FONCTION DU SOUTÈNEMENT POUR LE MATÉRIAU DE COULOMB

Pour avoir une meilleure précision de la solution à l'équilibre dans le cas d'un soutènement mou ($K'_s < 0,72$), nous proposons ici une autre fonction, plus complexe, pour $\alpha^* (K'_s, \phi)$.

Comme auparavant, les courbes $\alpha^* (K'_s, \phi)$ se déduisent de la courbe moyenne α^*_{moy} et on utilise, dans le présent cas, la transformation suivante :

$$\alpha^* (K'_s, \phi) = \alpha^*_{moy} (K'_s) + a(K'_s) \phi + b(K'_s) \phi^2 \quad (1)$$

En exprimant $\alpha^* (K'_s, 15^\circ)$ et $\alpha^* (K'_s, 30^\circ)$ à l'aide de polynômes du type donné par l'équation (17) (avec des coefficients obtenus par un calage avec les résultats de nos calculs 3D), on peut déterminer les

valeurs de $a(K'_s)$ et $b(K'_s)$ en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} \alpha^*(K'_s, 15) = \\ \alpha^*_{\text{moy}}(K'_s) + 15 a(K'_s) + 15^2 b(K'_s) \end{cases} \quad (2)$$
$$\begin{cases} \alpha^*(K'_s, 30) = \\ \alpha^*_{\text{moy}}(K'_s) + 30 a(K'_s) + 30^2 b(K'_s) \end{cases} \quad (3)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} a(K'_s) = \{ - 0,6243 + 2,43755 \times 10^{-3} K'_s \\ - 1,9699 \times 10^{-6} K'^2_s \\ + 6,60485 \times 10^{-10} K'^3_s \\ - 7,5827 \times 10^{-14} K'^4_s \} 5 \end{cases} \quad (4)$$
$$\begin{cases} b(K'_s) = \{ 0,77045 - 1,2465 \times 10^{-3} K'_s \\ + 8,689 \times 10^{-7} K'^2_s \\ - 2,5409 \times 10^{-10} K'^3_s \\ + 2,5672 \times 10^{-14} K'^4_s \} /450 \end{cases}$$

Sur la figure 1, on donne les courbes $\alpha^*(K'_s, \phi)$ calculées au moyen de l'équation (1).

Fig. 1. — Fonction α^* en fonction de K'_s pour plusieurs valeurs de ϕ .

Fig. 1. — Shape function α^* versus K'_s for many values of ϕ .