

# Module de réaction, coefficient de décompression, au sujet des paramètres utilisés dans la méthode de calcul élasto-plastique des soutènements

**A. MONNET**

*Sif Bachy*  
« Les Colonnades »,  
Bât. B, 4, rue Henri-  
Sainte-Claire-Deville,  
92563 Rueil-  
Malmaison Cedex.

## Résumé

Deux aspects de la méthode de calcul élasto-plastique des soutènements sont abordés. Le coefficient de décompression imaginé par R. Stenne est défini, et une estimation de sa valeur est proposée. La recherche des mécanismes qui expliquent l'abaque des valeurs du module de réaction proposé par Chadeisson permet d'établir une formulation explicite de ce module. Cette formulation conduit au résultat inattendu de prendre en compte la rigidité du soutènement.

## Subgrade reaction modulus, decompression ratio, about parameters used for elasto-plastic computation of retaining walls

## Abstract

Two parameters used inside the elasto-plastic computation code of retaining screens are discussed. The decompression ratio first introduced by R. Stenne is defined and a formal estimate of its value is derived. From the seek of explaining mechanisms to an abacus proposed 20 years ago by Chadeisson, a formal estimate of the subgrade reaction modulus is derived. As a result, the rigidity of the wall appears as a governing parameter for the subgrade reaction ratio value.

## Introduction

L'usage du calcul des soutènements par la méthode élasto-plastique est maintenant largement répandu, et la lecture de la littérature consacrée à ce sujet peut donner l'impression que tous les programmes de calcul sont équivalents et que toutes les questions sont résolues. Resterait à appliquer des « règles de dimensionnement » qui permettraient de déterminer les « bonnes » hypothèses à introduire dans le programme.

L'ambition de cet article est de convaincre que la situation est loin d'être aussi idyllique, que les programmes ne sont pas équivalents et que leur utilisation nécessite encore une réflexion basée sur une solide expérience pour sélectionner les paramètres les mieux adaptés au problème.

Cet article se limite aux problèmes du coefficient de décompression et du module de réaction. D'autres, tout aussi importants pour que le modèle élasto-plastique représente fidèlement le comportement des ouvrages – régime hydraulique, caractéristiques de rupture des sols, inclinaisons des contraintes, rigidité des appuis – mériteraient aussi quelques discussions.

## Le coefficient de décompression de R. Stenne

Les principes de base du calcul élasto-plastique ont été largement exposés par ailleurs. Dans le cas particulier du programme DENEbola, par exemple (Balay et al. [1]), le protocole de calcul admet que la pression initiale du sol sur l'écran, avant entrée dans les cycles de calcul qui vont lier déplacement et variation de contrainte est prise égale à la pression résultant de la phase de calcul précédente, sauf si le déchargement entraîne à atteindre une contrainte limite. Dans ce cas, c'est cette limite qui est prise comme pression initiale.

La question du module de décompression dans les calculs élasto-plastiques de soutènement a été soulevée pour la première fois à ma connaissance par Roland Stenne lors de la mise au point du programme PAROI 85.

L'argument est le suivant : avec l'hypothèse seule du module de réaction, à savoir que la variation de contrainte à une cote donnée est proportionnelle au déplacement du soutènement à ce niveau entre deux phases, certains cas particuliers vont conduire à des absurdités. Admettons par exemple un terrassement entre deux phases, et que par un moyen quelconque, le soutènement ait été immobilisé. La contrainte horizontale ne varierait pas, alors qu'il est évident que la baisse de la contrainte verticale va entraîner une diminution de la contrainte horizontale.

Pour tenir compte de cet effet, R. Stenne a introduit dans son protocole de calcul un coefficient supplémentaire qu'il a appelé coefficient de décompression  $K_d$  :

$$\Delta\sigma'_h = K_d \cdot \Delta\sigma'_v \quad (1)$$

Quel est l'ordre de grandeur vraisemblable de ce coefficient ? Si les sols n'étaient pas susceptibles de se consolider, la réponse serait évidente :

$$K_d = K_0$$

Mais les sols usuellement se consolident.

La valeur proposée par Jacky pour estimer le coefficient de poussée au repos initial  $K_{oi}$  :

$$K_{oi} = 1 - \sin\phi' \quad (2)$$

représente le module de premier chargement. Les estimations proposées [2] pour le coefficient de poussée au repos dans les sols surconsolidés :

$$K_0 = K_{oi} \cdot \sqrt{OCR} \quad \text{Meyerhof (1976)} \quad (3)$$

ou

$$K_0 = K_{oi} \cdot OCR^{\sin\phi'} \quad \text{Mayne et Kulhawy (1982)} \quad (4)$$

permettent de faire une estimation de  $K_d$ . En admettant que le sol en place est normalement consolidé avant toute excavation, OCR serait alors le rapport de la contrainte de consolidation à la contrainte après terrassement. La formulation (4) permet d'aboutir à l'estimation :

$$K_d = K_{oi} \cdot \frac{OCR - OCR^{\sin\phi'}}{OCR - 1} \quad (5)$$

La figure 1 donne la valeur du rapport  $K_d/K_{oi}$  en fonction de l'angle de frottement.

Au vu de la formule (5), il serait nécessaire de choisir, pour un type de sol, un module de décompression variable en fonction du taux de déchargement. Cependant, le rapport de  $K_d$  à  $K_{oi}$  varie assez peu dans la fourchette OCR = 1,10 à OCR = 10, qui sont les deux limites indiquées en tireté sur le graphique. Cette fourchette encadre les situations pratiques usuelles. En première approche, il est donc possible d'utiliser la valeur indiquée en trait plein sur le graphique. Cette valeur correspond à OCR = 3, soit :

$$K_d = (1 - \sin\phi') \cdot (3 - 3 \sin\phi')/2 \quad (6)$$

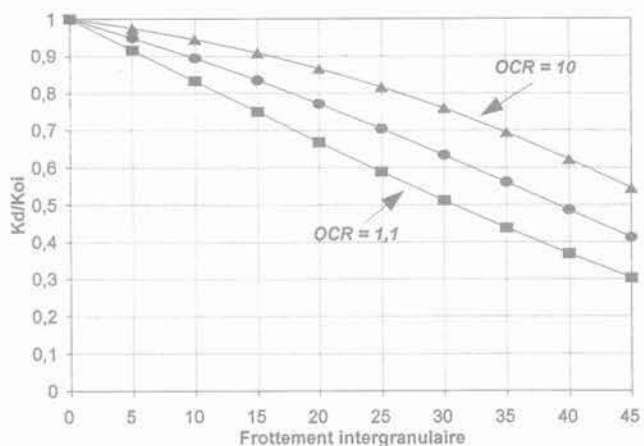


FIG. 1 Rapport de  $K_d$  à  $K_{oi}$ .  
 $K_d$  to  $K_{oi}$  ratio.

Bien entendu, tout ceci suppose que l'on raisonne en contraintes intergranulaires, en milieu drainé. Il est clair que, lorsque les sollicitations sont trop rapides pour que le drainage soit possible ou lorsque le sol est très surconsolidé (OCR > 10), le milieu doit être considéré comme incompressible et  $K_d = 1$ .

A l'origine, les soutènements pour lesquels ont été développés les programmes élasto-plastiques étaient réalisés dans des terrains compacts. La figure 2, qui donne l'estimation (6) du coefficient de décompression,

permet de constater que sa valeur est faible dans cette zone. Le fait de prendre en compte ou non ce coefficient n'avait pas d'influence importante sur le résultat du calcul.

La méthode est maintenant utilisée dans des situations de plus en plus variées et, en particulier, pour des soutènements réalisés dans des sols très lâches. La prise en compte du coefficient de décompression ne peut plus être négligée.

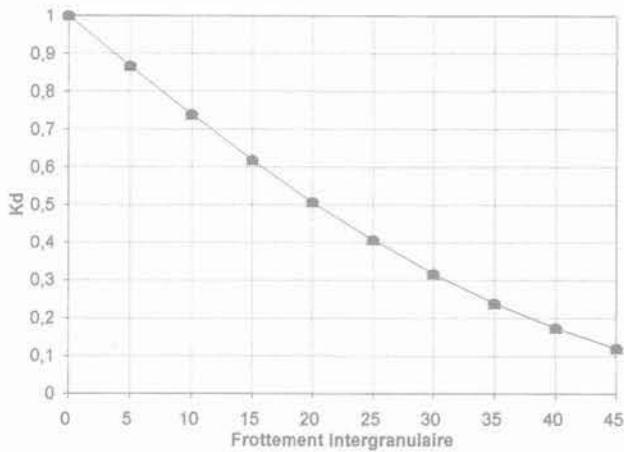


FIG. 2 Valeur de  $K_d$ .  
 $K_d$  value.

### 3

## Modules de réaction

La question du module de réaction est un problème central dans le calcul élasto-plastique des soutènements, et il a préoccupé les développeurs de programmes dès l'origine.

Il existe deux approches de l'estimation du module de réaction. L. Ménard part de considérations d'élasticité linéaire. R. Chadeisson s'intéresse aux déplacements limites à la mise en plasticité du sol. Les estimations du module de réaction qui en résultent sont très différentes.

### 3.1

## L. Ménard, en élasticité

Ménard et Bourdon [3] [4], ont développé, à partir d'un code de calcul de pieux soumis à des efforts horizontaux, un programme de calcul de soutènement purement élastique, sans limitation des contraintes par les seuils plastiques. Ils ont postulé l'existence d'un module d'élasticité indépendant du niveau de contrainte, et ont proposé une formulation du module de réaction  $K_h$  :

$$\frac{1}{K_h} = \frac{1}{E} * \left[ \frac{a.f}{2} + 13.(0,09.f)^a \right] \quad (7)$$

avec les définitions suivantes :

- E module pressiométrique
- f fiche de la paroi
- a un coefficient fonction de la nature du sol.

Le programme de calcul n'est plus utilisé, mais cette approche des modules de réaction a, par contre, eu une riche filiation.

Sous cette forme, le module de réaction tend vers zéro lorsque la fiche augmente, ce qui n'est pas vraisemblable. Ceci a conduit, dans les formulations les plus récentes [5], à limiter la valeur de la fiche prise en compte.

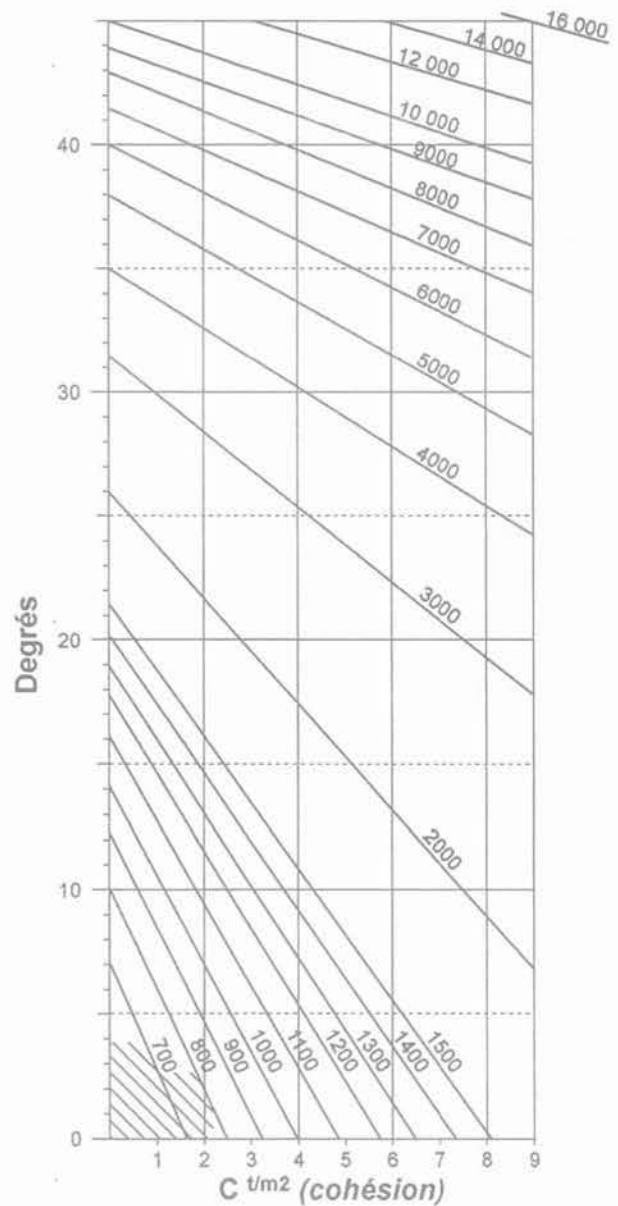


FIG. 3 Abaque de Chadeisson ( $K_h$  en  $t/m^3$ ).  
Chadeisson's abacus ( $K_h$   $t/m^3$ ).

### 3.2

## R. Chadeisson, en élasto-plasticité

L'autre école de pensée, qui est à l'origine de tous les programmes de calcul élasto-plastique utilisés actuellement, a dérivé ce type de programme à partir de calculs aux états-limites. La question était alors de définir la valeur du déplacement qui serait observé pour mobiliser la butée limite.

Sur la base de l'expérience acquise à l'époque, Chadeisson, le concepteur du programme PAROI 2 a proposé une formulation du module de réaction indépen-

dante de la fiche, et uniquement reliée aux caractéristiques à la rupture ( $C'$ ,  $\phi'$ ) de la couche. Cette proposition a été présentée sous la forme d'un abaque (Fig. 3) donnant le module de réaction en fonction des critères de Mohr-Coulomb. Bien que cet abaque n'ait pas été publié à ma connaissance, il s'est largement diffusé et a été utilisé pendant vingt ans par tous les professionnels français.

### 3.3

## Où est la vérité ?

Devant le succès de l'estimation de Chadeisson, qui donne des résultats finalement plus réalistes que celle de Ménard, il est intéressant de retrouver les principes de bases de cette approche. Cela pourra permettre de la moderniser et d'étendre son domaine de validité.

Imaginons une rupture de fiche de soutènement, dans un sol purement pulvérulent, drainé, de compacité supérieure à la compacité critique, de poids spécifique  $\gamma$ . La butée limite en fiche ( $b_{lim}$ ) sera alors :

$$b_{lim} = K_p \cdot \gamma \cdot f$$

exprimée par rapport aux caractéristiques de rupture, et exprimée par rapport au déplacement  $dr$  en fiche à la rupture :

$$b_{lim} - K_o \cdot \gamma \cdot f = K_h \cdot dr$$

Le déplacement à la rupture provient du cisaillement d'une zone partant du pied de la fiche et débouchant en surface. Ce pourrait être la distorsion de 5 % d'une frange limite de 50 cm d'épaisseur, soit :

$$dr = 2,5 \text{ cm}$$

où l'on retrouverait le déplacement de 1'' cité par Terzaghi, ou celui de 2 cm cité par Ménard [3], nécessaire pour mobiliser la butée.

Si l'épaisseur de la zone distordue est indépendante de la fiche, on arrive à la conclusion que le module de réaction varie proportionnellement à la fiche du soutènement :

$$K_h = K_p \cdot \gamma \cdot f \cdot (1 - k/k_p) / dr$$

conclusion exactement inverse de celle que l'on tire de la formulation de Ménard.

Cependant, il est peu vraisemblable que l'épaisseur de la zone cisailée soit indépendante de la fiche. Lorsque la fiche est courte, l'épaisseur de la frange subissant la distorsion de cisaillement pourrait être proportionnelle à la longueur de la fiche.

Par ailleurs, pour une fiche très longue, il est évident que l'on observera une mise en butée dans la partie supérieure, sans que la base arrive en butée limite.

La conception de Chadeisson correspondrait donc en définitive au mécanisme suivant : le module de réaction n'est pas fonction de la fiche réelle, mais d'une longueur caractéristique  $f_c$  délimitant deux domaines de comportement :

- lorsque la fiche est plus courte que  $f_c$ , toute la zone de fiche se trouvera au même instant en butée limite, et la déformation du sol en fiche est concentrée dans une frange d'épaisseur proportionnelle à la fiche ;
- lorsque la fiche est plus longue que  $f_c$ , la butée limite est atteinte plus tôt en tête qu'en pied, et la déformation est moins concentrée.

Le module de réaction peut donc être estimée par :

$$K_h = K_p \cdot \gamma \cdot f_c \cdot (1 - K_o/K_p) / dr \quad (7)$$

### 3.4

## Influence de la rigidité du soutènement

La manière dont est introduite la notion de fiche critique conduit à se poser la question de savoir si la fiche critique n'évolue pas en fonction de la rigidité du soutènement. Il est clair qu'une fiche plus rigide va imposer une rupture localisée du sol jusqu'à une profondeur supérieure.

Dans le cas d'une fiche de soutènement dont la fibre serait maintenue verticale au fond de fouille, en butée sur toute la hauteur de fiche, la flèche  $y$  entre le fond de fouille et le pied de paroi a pour valeur :

$$y = K_p \cdot \gamma \cdot f^5 / (20 \cdot EI) \quad (8)$$

On peut faire l'hypothèse que la fiche caractéristique  $f_c$  utilisée pour estimer le module de réaction varie comme la fiche qui donne une flèche égale au déplacement à la rupture  $dr$ . Le module de réaction pourrait donc s'exprimer par :

$$K_h = [20 \cdot EI \cdot (K_p \cdot \gamma \cdot (1 - K_o/K_p) / dr_{0\phi})^4]^{1/5}$$

avec les définitions suivantes :

- $\gamma$  poids spécifique du sol
- $K_p$  coefficient de butée utilisé dans le calcul
- $K_o$  coefficient de poussée au repos
- $dr_{0\phi}$  déplacement caractéristique

### 3.5

## Terme de cohésion

Nous savons que lors d'un essai triaxial drainé sur un sol compact (aussi bien sur un matériau pulvérulent dont la compacité est supérieure à la compacité critique, que sur un matériau argileux ferme), le pic de la courbe effort déformation correspond à une déformation de 5 % au plus. Cette valeur diminue lorsque la compacité augmente mais varie assez peu. En revanche, lorsque la compacité diminue, la valeur de la déformation au seuil de plasticité augmente rapidement et peut atteindre 30 %.

Il serait donc judicieux de faire varier  $dr$  en fonction de la compacité, de manière que sa valeur reste voisine de  $dr_{0C}$  cm pour les compacités moyennes à fortes, mais augmente lorsque la compacité est faible :

$$dr_c = dr_{0C} / \text{th}(C'/C_o)$$

Il viendrait donc :

$$K_h = A_p \cdot C' \cdot \text{th}(C'/C_o) / dr_{0C}$$

avec les définitions suivantes :

- $C'$  cohésion
- $A_p$  terme de cohésion
- $C_o$  30 kPa
- $dr_{0C}$  déplacement caractéristique

### 3.6

## Finalement

Au total, sur le plan pratique, l'ensemble de ces réflexions conduit à envisager une formulation du module de réaction du type :

$$K_h = [20 \cdot EI \cdot (K_p \cdot \gamma \cdot (1 - K_o/K_p) / dr_{0\phi})^4]^{1/5} + A_p \cdot C' \cdot \text{th}(C'/C_o) / dr_{0C}$$

La figure 4 présente ces résultats pour une paroi moulée :

- de module  $E = 2 \times 10^7$  kPa ;
- d'épaisseur 0,80 m.

Les constantes ont été ajustées aux valeurs :

$$dr_{0b} = 0,015$$

$$dr_{0c} = 0,015$$

de manière à obtenir pour le module de réaction une valeur identique à celle proposée par Chadeisson pour les compacités moyennes.

Le poids volumique du matériau a été pris comme  $20 \text{ kN/m}^3$  et le coefficient de butée utilisé est celui proposé par Brinch Hansen, qui est très voisin de l'estimation de Caquot-Kérisel pour une inclinaison de la butée de  $2\phi/3$ .

### 3.7

## Formulation explicite

Les mécanismes physiques que l'on peut imaginer pour expliquer l'estimation empirique des modules de réaction proposée par Chadeisson conduisent à penser que la rigidité du soutènement est une donnée de première importance pour évaluer ces modules.

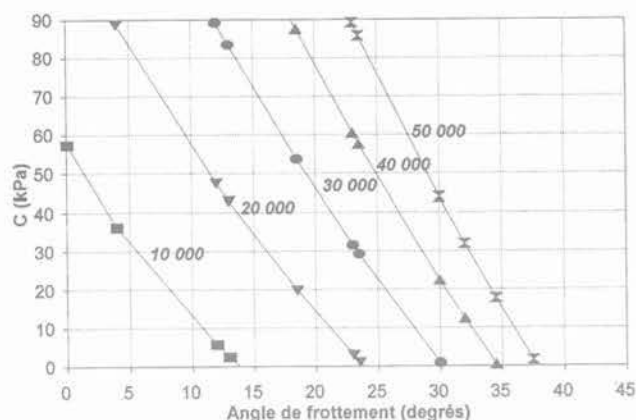


FIG. 4 Modules pour une paroi de 0,8 ( $K_h$  en  $\text{kN/m}^3$ ).  
Reaction modulus D. Wall 0,8 m thick.

Les données dont disposait Chadeisson, à l'époque où il a dressé son abaque, correspondaient à des parois moulées en béton, d'épaisseur 0,60 m à 0,80 m, réalisées dans des terrains relativement compacts. Un grand nombre d'ouvrage a été réalisé depuis dans des sols variés, et Chadeisson, dans les dernières éditions de son abaque, signalait qu'il n'était pas utilisable pour les sols lâches.

La formulation proposée pour le module de réaction :

$$K_h = [20 \cdot EI \cdot (K_p \cdot \gamma \cdot (1 - K_o/K_p) / dr_0)^4]^{1/5} + A_p \cdot C' \cdot \text{th}(C'/C_0) / dr_0$$

avec les définitions suivantes,

- $\gamma$  poids spécifique du sol
- $K_p$  coefficient de butée utilisé dans le calcul

- $K_o$  coefficient de poussée au repos
- $dr_0$  déplacement caractéristique (0,015 m)
- $C'$  cohésion
- $A_p$  terme de cohésion
- $C_0$  30 kPa

donne des résultats voisins de ceux proposés par Chadeisson pour les terrains compacts et les soutènements rigides et des valeurs qui se rapprochent de celles obtenues par la méthode pressiométrique pour les sols lâches et les soutènements souples.

## 4

## Conclusion

L'option du coefficient de décompression n'existe pas encore dans tous les programmes élasto-plastiques, elle mérite d'y être introduite. L'estimation proposée pour ce coefficient est satisfaisante aux limites et dans son évolution, mais difficile à valider par des mesures en place.

De son côté, l'estimation proposée pour le module de réaction est basée uniquement sur la reconstitution de mécanismes qui pourraient expliquer la validité d'un abaque proposé il y a plus de 20 ans. Elle conduit à prévoir que la rigidité du soutènement serait une variable de première importance pour fixer la valeur du module de réaction. L'idée n'est pas choquante. En effet, la remarque a été souvent faite que le module de réaction n'était pas simplement une caractéristique intrinsèque du sol, mais était également fonction de la géométrie du projet. La formulation proposée ici pour le module de réaction prend bien en compte la géométrie. Elle le fait d'une manière inattendue, par l'intermédiaire de la rigidité du soutènement.

Une nouvelle interprétation de tous les essais *in situ* disponibles est nécessaire pour mettre ces formulations du coefficient de décompression et du module de réaction à l'épreuve. Un article à venir sera consacré à ce sujet.

Pour terminer, il est nécessaire d'insister sur le fait que les formulations proposées ne doivent pas être prises comme des recettes. Les conditions dans lesquelles elles ont été établies ont été clairement explicitées, et de nombreuses situations y échappent. Pour citer seulement deux cas particuliers :

- il est clair que dans les sols très surconsolidés, la valeur du coefficient de décompression pourrait être supérieure à celle qui est définie ici ;
- l'estimation proposée pour le module de réaction se limite au cas où la compacité est homogène sur la longueur de la fiche. Elle pourrait éventuellement être très différente dans le cas où les sols en fiche présentent des contrastes de compacité importants.

Les programmes de calcul par la méthode au module de réaction restent des outils irremplaçables pour le dimensionnement des soutènements par leur simplicité d'emploi. Une pause a eu lieu ces dernières années dans leur amélioration. Des raisons théoriques sont souvent invoquées, en particulier le fait que le module de réaction n'est pas une caractéristique intrinsèque du sol. Une approche qui outrepassait cette difficulté a été proposée ici. Cette méthode de calcul peut encore être améliorée.



## Bibliographie

---

- [1] Balay J., Franck R., Harfouche L. – Programme DENEbola pour le calcul des soutènements par la méthode des modules de réaction, *Bull. liaison Labo P. et Ch.*, juillet-août 1982.
- [2] Simpson B. – 32<sup>nd</sup> Rankine Lecture of the British Geotechnical Society, 24 March 1992.
- [3] Ménard L., Bourdon C., Houy A. – Étude expérimentale de l'encastrement d'un rideau en fonction des caractéristiques pressiométriques du sol de fondation, *Sols-Soils*, Vol. III, n° 9, juin 1964.
- [4] Ménard L., Bourdon C. – Calcul des rideaux de soutènement. Méthode nouvelle prenant en compte les conditions réelles d'encastrement, *Sols-Soils*, n° 12, 1965.
- [5] Balay J. – Recommandations pour le choix des paramètres de calcul des écrans de soutènement par la méthode aux modules de réaction, juillet 1984.