

# Affaissement en surface lors du creusement d'un souterrain

P. BÉREST  
M. GHOREYCHI  
P. HABIB

LMS et G.3S  
École polytechnique  
91128 Palaiseau

## Résumé

L'affaissement à long terme de la surface du sol au-dessus d'un tunnel est comparé à l'affaissement instantané au moment du creusement dans le cadre de l'élasticité linéaire. Les résultats numériques montrent, sur des exemples vraisemblables, que si des déplacements importants sont décelés en surface, il s'agit très probablement de déformations irréversibles.

*Mots-clés* : souterrain, affaissement.

---

## Soil surface subsidence over a tunnel

## Abstract

Long term soil surface subsidence over a tunnel is compared to instantaneous subsidence at the time of excavation, with the linear elasticity theory. Numerical results with likely examples show that large surface displacements are probably the results of irreversible strains.

*Key words* : tunnels, subsidence

NDLE : Les discussions sur  
cet article sont acceptées  
jusqu'au 1<sup>er</sup> juillet 2001.

## Introduction

Lors de la construction d'un tunnel en terrain meuble saturé, il est généralement admis (Habib, 1998) que la consolidation hydrodynamique du sol n'a pas le temps de se produire pendant le creusement : en effet, la vitesse d'avancement du front est souvent rapide, et la dimension de la zone autour du tunnel<sup>(1)</sup>, où les modifications des contraintes se font sentir, est suffisamment grande pour que, si le sol n'est pas très perméable, le temps soit trop court pour que les pressions interstitielles puissent se remettre en équilibre par percolation, sauf, peut-être, au voisinage immédiat de la paroi du tunnel. Le volume du sol reste donc à peu près constant : le volume  $s_1$  de l'affaissement en surface est alors égal au volume  $s_2$  correspondant à la convergence qui se produit à l'ouverture  $S$  du tunnel (Fig. 1). La répartition de cet affaissement, qui est maximal au droit du tunnel, a fait l'objet d'expressions empiriques, qui paraissent satisfaisantes et sont fonctions de la nature du sol et de la profondeur relative du souterrain. Dans un sol qui n'est pas très sollicité, le massif peut rester dans le domaine élastique et son coefficient de Poisson est alors égal à 1/2.

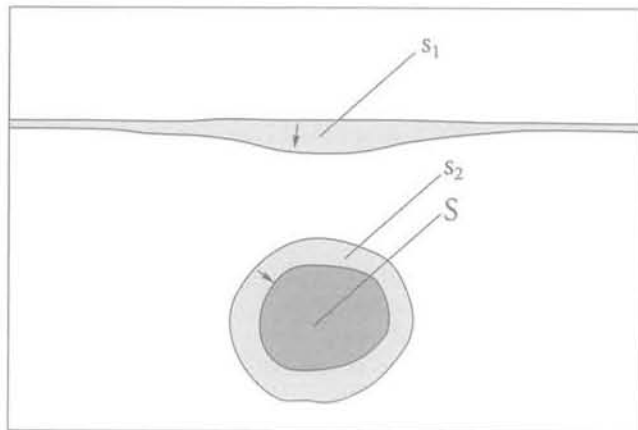


FIG. 1 Convergence du tunnel et affaissement de surface (notations).  
Tunnel contraction and soil subsidence (notations).

Mais, que se passe-t-il ensuite en surface lorsque le temps passe et que la consolidation se produit ? Comment évaluer l'affaissement complémentaire ?

## 2

## Formulation générale en élasticité

Lorsqu'on applique à un corps élastique, linéaire, homogène et isotrope, des forces  $\rho \underline{F}$  dans son volume et des vecteurs contraintes  $\underline{T}$  sur sa surface extérieure, son volume total change suivant la formule :

$$\frac{E}{(1-2\nu)} v = \int_{\Omega} \underline{OM} + \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\sigma \Omega} \underline{OM} \cdot \underline{T} da$$

où  $v$  est la variation de volume,  $E$  et  $\nu$  le module d'Young et le coefficient de Poisson, alors que  $\underline{M}$  est le point courant où s'appliquent les forces de volume ou de surface. La démonstration est donnée en annexe, et cette formule peut être généralisée à d'autres applications que l'affais-

<sup>(1)</sup> Un cylindre d'épaisseur égale à une ou deux fois le diamètre d'un cercle d'aire équivalente à l'ouverture  $S$  du tunnel.

sement au-dessus d'un tunnel. Elle est encore vraie si le corps est, de plus, susceptible de présenter des déformations plastiques sans variation de volume.

On obtient une formule analogue dans le cas d'un problème en déformation plane ;  $\Omega$  désigne alors la section plane du corps de révolution :

$$\frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} s = \int_{\Omega} \underline{OM} + \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\sigma \Omega} \underline{OM} \cdot \underline{T} da$$

où  $s$  est alors la variation d'aire de la section plane.

Dans le cas du creusement d'un tunnel sous une surface libre, cette formule se particularise : les forces de volume ne changent pas ( $\rho \underline{F} = \underline{Q}$ ) et le creusement équivaut à l'application d'une traction uniforme égale au poids des terres à la profondeur du centre du tunnel,  $\underline{T} = p \underline{n}$ , de sorte que la formule se réécrit :

$$\frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} (s_2 - s_1) = 2pS$$

où  $S$  est l'aire de la section du tunnel (de forme quelconque), alors que  $s_2$  est la diminution de l'aire de cette section et  $s_1$  est « l'affaissement », ou aire de la trace dans la section plane de la cuvette créée par le creusement du tunnel ; on compte  $s_2$  et  $s_1$  positivement.

## 3

## Affaissement du sol après un temps infini

Il suffit, à partir de la formule générale en déformation plane

$$\frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} (s_2 - s_1) = 2pS \quad (1)$$

de comparer les affaissements  $s_1$  et  $s_1'$  à la surface du sol ( $E, \nu = 1/2$ ) à l'instant initial et ( $E', \nu'$ ) après un temps très long. Pour les sols en élasticité linéaire, on admet :

$$\frac{E}{1+\nu} = \frac{E'}{1+\nu'} \quad (\text{Habib, 1997}).$$

À l'instant initial, on a :

$$s_2 - s_1 = \frac{2pS}{E} (1+\nu)(1-2\nu) \quad \text{et avec } \nu = 1/2 \text{ il vient } s_1 = s_2.$$

Après consolidation et avec les notations évidentes, on a :

$$\begin{aligned} s_2' - s_1' &= \frac{2pS}{E'} (1+\nu')(1-2\nu') \\ &= \frac{2pS}{E} (1+\nu)(1-2\nu) = \frac{3pS}{E} (1-2\nu') \end{aligned} \quad (2)$$

Si la profondeur du tunnel est assez grande, on peut admettre que la pression  $p$  dans le sol régnant au voisinage du tunnel est égale au poids des terres  $\gamma z$  avant le creusement. On peut alors calculer la convergence du tunnel par la formule classique des tuyaux épais :

$$\frac{\Delta R}{R} = p \frac{1+\nu}{E} \quad (3)$$

ou 
$$\frac{\Delta S}{S} = 2p \frac{1+\nu}{E}$$

ou encore : 
$$\Delta S = s_2 = 2pS \frac{1+\nu}{E} \quad (4)$$

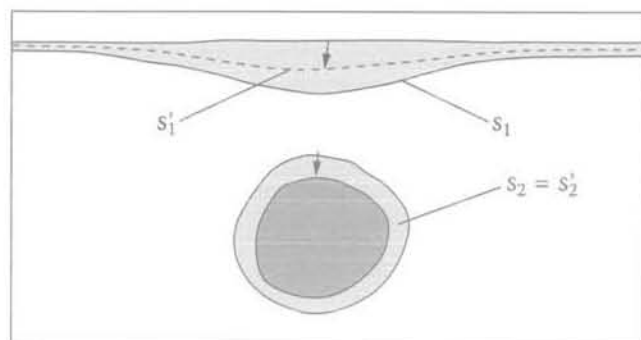


FIG. 2 Effet du temps sur la subsidence et la convergence.  
Subsidence as a function of time.

A l'instant initial, on a  $v = 1/2$

$$s_2 = \frac{3pS}{E} = s_1$$

Après consolidation, on a d'après (4) :

$$s_2' = 2pS \frac{1+v'}{E'} = 2pS \frac{1+v}{E} = \frac{3pS}{E} = s_2 \quad (5)$$

$$s_1' = s_2 - \frac{3pS}{E} (1-2v') \text{ d'après l'équation (2),}$$

$$= \frac{3pS}{E} - \frac{3pS}{E} (1-2v') = 2v' \frac{3pS}{E} = 2v' s_1 \text{ d'après l'équation (5),}$$

et comme  $v' < 0,5$ , il en résulte que  $s_1' < s_1$ ; ce qui signifie que l'affaissement du sol diminue (Fig. 2).

Ce résultat paraît d'autant plus étonnant qu'on ne l'a jamais signalé, et sans doute jamais observé dans la pratique. Cela tient probablement au fait que, dans le phénomène de la consolidation, le module d'élasticité en déchargement est généralement beaucoup plus élevé qu'en chargement : il en résulte que la diminution de l'affaissement doit être suffisamment insignifiante pour passer inaperçue.

Il faut ici ouvrir une parenthèse sur la notion du déchargement introduit dans un massif par l'ouverture d'une cavité. Il est certain que la suppression de la contrainte normale à l'intérieur d'un trou correspond à un déchargement, et il n'y a rien d'étonnant dans cette situation que le massif consolidé sous la charge du poids propre se dilate à partir d'une situation initiale d'incompressibilité instantanée. Mais, il est bien connu que la contrainte tangentielle autour du trou augmente; par exemple, si la pression est uniforme dans le milieu, la contrainte tangentielle à la surface du trou double. Donc, le déviateur augmente et ceci est un chargement. Tant qu'on reste dans le domaine élastique linéaire, rien ne change. Mais si cette hypothèse n'est plus la bonne parce que des déformations permanentes sont apparues, par exemple par un début de plastification ou par une non-réversibilité du chargement linéaire, les conclusions précédentes ne sont plus établies. Quoi qu'il en soit, si après le passage du front du tunnel, l'affaissement en surface continue à augmenter en fonction du temps, cela signifie qu'un phénomène visqueux ou viscoplastique est apparu, et il peut rapidement devenir préoccupant, en particulier si la vitesse d'affaissement en surface au droit du tunnel est égale à la vitesse d'abaissement de la clé de voûte dans le tunnel.

Il n'en reste pas moins que les formules employées pour le calcul ci-dessus sont un peu suspectes, même en élasticité linéaire. En effet, les formules du groupe (1) sont valables pour un milieu semi-infini. Pour un milieu infini, elles ne sont guère utilisables car le contour comprend la paroi de la cavité et la surface à l'infini. Sur cette dernière, les intégrales des déplacements prennent des valeurs finies, mais non nulles. Pour une cavité dans un demi-espace, la même difficulté n'existe pas car les déplacements et les contraintes tendent beaucoup plus vite vers zéro à l'infini.

Les formules du groupe (3), par contre, supposent le milieu indéfini (tuyau infiniment épais) et ne sont pas établies pour le demi-espace. L'emploi simultané des formules des groupes (1) et (3) est donc une approximation.

Enfin, le fait d'enlever du poids au massif en enlevant de la matière pour creuser le tunnel est un déchargement significatif du massif qui doit provoquer un soulèvement de la surface, et ce dernier ne doit pas être confondu avec la diminution de l'affaissement par consolidation. Or, il n'est pas pris en compte par les calculs précédents.

Il paraît évident qu'une vérification de tous ces effets est beaucoup plus simple par voie numérique.

#### 4

## Évaluations numériques

En fait, les résultats sont un peu moins simples et pour mettre en évidence certains aspects du problème, il faut examiner plusieurs cas. On a choisi un souterrain à section droite circulaire.

Le premier modèle est défini par le maillage de la figure 3 qui représente la moitié du tunnel et du sol, avec les données vraisemblables suivantes :

$E = 173 \text{ MPa}$ ;  $v = 0,5$  pour les déformations instantanées, et

$E' = 150 \text{ MPa}$ ;  $v' = 0,3$  pour les déformations différées.

$D = 10 \text{ m}$ ;  $H_1 = 30 \text{ m}$  (d'où, pour la profondeur du centre de la section droite :  $H + \frac{D}{2} = 35 \text{ m}$ ;

$H_2 = 30 \text{ m}$ .

$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ . Largeur du modèle :  $500 \text{ m}$ .  
Contraintes initiales :  $\sigma_y = \sigma_{11} = \gamma z$ .

A l'instant initial, il n'y a rien sur la surface libre et il existe dans le sol une pression  $p_0 = \gamma z$  donc aussi à l'intérieur de ce qui sera la cavité. On représente donc l'état initial en imposant au contour circulaire la condition  $p_n = \gamma z$ .

La condition  $p_n = 0$  revient donc à supprimer le sol dans la cavité qui n'a plus ni raideur, ni poids ( $E = 0$ ,  $\gamma = 0$ ).

Enfin, la condition  $v = 1/2$  est difficile à représenter numériquement et on a admis  $n = 0,4999$ , ce qui correspond à un sol qui n'est pas parfaitement incompressible.

La figure 4 représente la surface du sol lorsque la cavité est vide. Avec les notations du paragraphe précédent, le volume calculé par intégration numérique de l'affaissement en surface  $s_1 = 0,9359 \text{ m}^3/\text{m}$  est à peu près égal à la convergence du tunnel lorsque  $v = 0,4999$ , car on a  $s_2 = 0,9332 \text{ m}^3/\text{m}$ . Ce volume est plus grand que l'affaissement en surface  $s_1' = 0,6791 \text{ m}^3/\text{m}$  du tunnel lorsque la consolidation s'est produite, et la convergence du tunnel  $s_2' = 0,9562 \text{ m}^3/\text{m}$  est voisine de  $s_2$ .



FIG. 3 Maillage du premier modèle pour la détermination des affaissements de surface. Conditions aux limites : pas de déplacement normal au contour du modèle et déplacement tangentiel libre.  
Mesh of FEM calculation and boundaries conditions.

L'affaissement total en surface  $s'_1 = 0,6791 \text{ m}^3/\text{m}$  après consolidation est plus petit que l'affaissement initial  $s_1 \# s_2 = 0,93 \text{ m}^3/\text{m}$ , mais on constate qu'au droit du tunnel l'affaissement du sol après consolidation est plus grand que l'affaissement initial. Cet affaissement plus important s'étend sur une largeur d'environ  $2B = 80 \text{ m}$  (c'est-à-dire huit fois le diamètre du tunnel ; on peut dire encore : « dans l'intersection de la surface libre par un dièdre incliné de part et d'autre à  $45^\circ$  et tangent au-dessous du tunnel ») ; on constate que la relation  $s'_1 = 2 \nu' s_1$  est à peu près vérifiée :

$$0,6 s_1 = 0,6 \cdot 0,93 = 0,56 \text{ m}^3/\text{m}, \text{ au lieu de } 0,68 \text{ m}^3/\text{m}.$$

Le second modèle examiné est identique au précédent, mais le plancher indéformable est situé à  $1\,000 \text{ m}$  de profondeur (ce qui fait que la largeur du modèle de  $500 \text{ m}$  est peut-être un peu trop petite). Du fait de l'existence d'une couche déformable de grande épaisseur sous le tunnel, l'influence de la diminution du poids du massif par le creusement du souterrain se fait très nettement sentir : les couches situées sous le souterrain ont en effet un potentiel de déformation important. Là encore,  $s_1 = 0,9240 \text{ m}^3/\text{m}$  est à peu près égal à  $s_2 = 0,9263 \text{ m}^3/\text{m}$ ,  $s'_2 = 0,9507 \text{ m}^3/\text{m}$  est à peu près égal à  $s_1 \# s_2 = 0,93 \text{ m}^3/\text{m}$ , mais  $s'_1$  n'est pas un affaissement, c'est cette fois un gonflement très important,  $s'_1 = -6,55 \text{ m}^3/\text{m}$  (Fig. 5). Les parties creuses situées à gauche des maxima (à environ  $30 \text{ m}$  de l'axe du tunnel) pour  $\nu = 1/2$  et pour  $\nu' = 0,3$  rappellent l'existence des mouvements d'affaissement de la surface immédiatement au-dessus du souterrain. Ce creux est plus prononcé pour le matériau compressible que pour le matériau incompressible.

Le troisième modèle est analogue au précédent : le plancher indéformable est situé à  $1\,000 \text{ m}$  de profondeur. Le module d'élasticité vaut  $173 \text{ MPa}$  entre  $0$  et  $70 \text{ m}$ , mais croît linéairement entre  $70 \text{ m}$  et  $1\,000 \text{ m}$  pour atteindre la valeur  $E = 20\,000 \text{ MPa}$  à la plus grande profondeur.

La figure 6 représente les déplacements de la surface du sol : ils sont très analogues à ceux de la figure 4.

Enfin, le quatrième modèle (Fig. 7) est identique aux précédents, mais cette fois le déplacement vertical est bloqué au niveau de l'axe du souterrain. Les résultats des affaissements et des convergences sont assez proches de ceux de la figure 4 en les multipliant par deux, car le modèle représente le quart du tunnel et du sol. On a à nouveau  $s_1 = 0,4302 \text{ m}^3/\text{m}$ , très voisin de  $s_2 = 0,4290 \text{ m}^3/\text{m}$  qui est très voisin de  $s'_2 = 0,4206 \text{ m}^3/\text{m}$  (ces valeurs doivent être doublées pour être comparées aux précédents résultats) ; l'affaissement après la consolidation est plus grand au droit du souterrain pour le matériau compressible que pour le matériau incompressible sur une largeur  $2B = 80 \text{ m}$ . Les affaissements initiaux et différés à l'aplomb de l'axe du tunnel ( $4 \text{ mm}$  et  $5,5 \text{ mm}$ ) sont plus petits, mais tout à fait comparables à ceux de la figure 4 ( $3 \text{ mm}$  et  $4,6 \text{ mm}$ ).

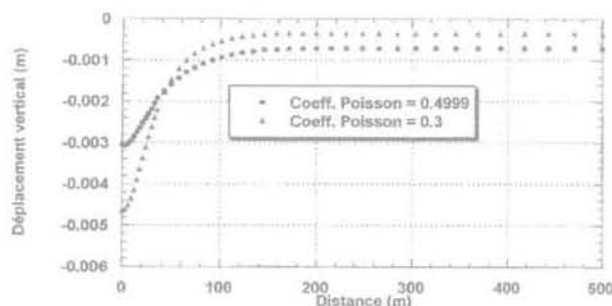


FIG. 4 Déplacement instantané ( $\nu = 1/2$ ) et déplacement différé ( $\nu' = 0,3$ ) de la surface du sol du premier modèle.  
Instantaneous displacement ( $\nu = 1/2$ ) and delayed displacement ( $\nu = 0,3$ ).

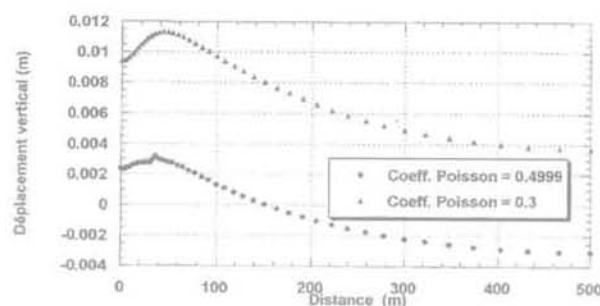


FIG. 5 Déplacement de la surface du sol pour le deuxième modèle (épaisseur du sol :  $1\,000 \text{ m}$ ).  
Soil surface displacements (second model : soil thickness =  $1,000 \text{ m}$ ).

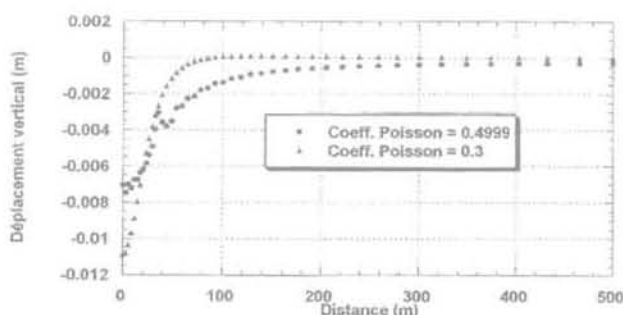


FIG. 6 Déplacement de la surface du sol pour le troisième modèle (épaisseur du sol :  $1\,000 \text{ m}$ , module d'élasticité croissant avec la profondeur à partir de  $70 \text{ m}$ ).  
Soil surface displacements (third model : soil thickness =  $1,000 \text{ m}$ , Young modulus increases with depth under  $70 \text{ m}$ ).

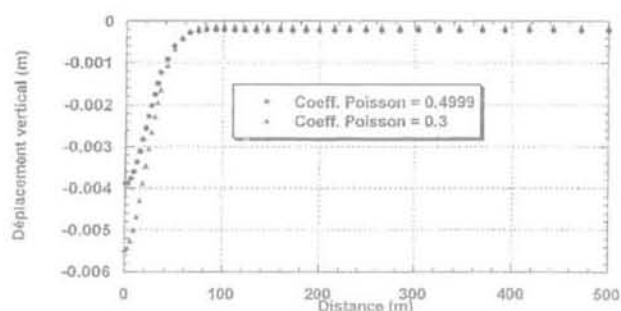


FIG. 7 Déplacement de la surface du sol pour le quatrième modèle (le déplacement vertical est bloqué à 35 m).  
Soil surface displacements (fourth model : vertical displacement is impossible at 35 m).

5

## Conclusion

La théorie de l'élasticité permet souvent un premier pas utile pour l'étude d'une structure, car elle peut mettre en évidence certains phénomènes qu'on distingue mal d'après le comportement d'une éprouvette en compression dans un champ de contraintes homogènes.

La diminution de volume d'une cavité dans un milieu élastique pesant incompressible est égale au volume des affaissements en surface. Ce serait d'ailleurs la même chose s'il y avait un écoulement plastique contenu sans variation de volume. D'autre part, un corps compressible augmente de volume lors d'une détente et, au contraire, diminue de volume s'il est comprimé.

Le fait que l'affaissement différé en surface au droit du toit du tunnel soit plus grand que l'affaissement instantané indique que la voûte au-dessus du toit subit en moyenne des compressions. Par contre, sous la cavité où la matière a été déchargée du poids de ce qui a été enlevé pendant le creusement, il se produit une détente qui engendre un gonflement différé de la surface du sol. Si le plancher indéformable est proche du radier du tunnel (ou si le module croît avec la profondeur), ce gonflement est imperceptible. Si le plancher indéformable est placé à très grande profondeur, le gonflement devient prépondérant. Avec les caractéristiques choisies pour les calculs précédents, qui sont vraisemblables, les déplacements en surface sont très petits, de l'ordre de quelques millimètres pour les modèles 1 et 4. Comme ils sont proportionnels au module d'élasticité, cela montre que des affaissements de quelques centimètres à la surface du sol doivent être considérés comme signalant déjà des déformations irréversibles.

## Annexe

On considère un domaine matériel de volume  $\Omega$ , dont la frontière est  $\partial\Omega$ . Sur ce corps s'exercent à la fois des forces de volume  $\rho \underline{F}$  (dans  $\Omega$ ) et des forces de surface  $\underline{T}$  (sur  $\partial\Omega$ ). Les conditions d'équilibre du corps stipulent que les résultantes de ces efforts sont nulles :

$$\int_{\Omega} \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{T} da = \underline{0} \quad (\text{A.1})$$

$$\int_{\Omega} \underline{OM} \wedge \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{OM} \wedge \underline{T} da = \underline{0} \quad (\text{A.2})$$

Dans ces relations,  $M$  est le point courant du corps (ou de sa surface) sur lequel s'applique la force de volume  $\rho \underline{F} = \rho \underline{F}(M)$  (ou la force de surface  $\underline{T} = \underline{T}(M)$ ) ;  $O$  est un point fixé.

On peut compléter ces deux relations par le procédé suivant : soit  $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}(M)$  un champ de tenseurs fonction de la position du point  $M$  considéré. On a alors l'identité :

$$\text{div}(\underline{OM} \otimes \underline{\sigma}) = \underline{\sigma} + \underline{OM} \otimes \text{div} \underline{\sigma}$$

Lorsque  $\underline{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy, on a  $\text{div} \underline{\sigma} + \rho \underline{F} = 0$  dans  $\Omega$  et, sur la frontière  $\partial\Omega$ , la relation  $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}$  où  $\underline{T}$  est le vecteur contrainte et  $\underline{n}$  la normale dirigée vers l'extérieur du domaine.

En appliquant le théorème de la divergence à l'identité précédente, intégrée dans le domaine  $\Omega$ , il vient :

$$\int_{\Omega} \underline{OM} \otimes \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{OM} \otimes \underline{T} da = \int_{\Omega} \underline{\sigma} d\Omega$$

et en prenant la trace de cette dernière relation :

$$\int_{\Omega} \underline{OM} \cdot \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{OM} \cdot \underline{T} da = \int_{\Omega} \text{tr} \underline{\sigma} d\Omega$$

Pour exploiter cette dernière relation, il faut préciser la loi de comportement du matériau. On suppose qu'on peut décomposer la déformation en la somme d'une déformation élastique et d'une déformation inélastique incompressible ; le comportement élastique est linéaire, homogène, isotrope, caractérisé par le module de Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^p + \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{1}; \text{tr} \underline{\underline{\epsilon}}^p = 0$$

(On envisagera plus loin le cas thermo-poroélastique). On a donc :

$$\frac{1-2\nu}{E} \text{tr} \underline{\underline{\sigma}} = \text{tr} \underline{\underline{\epsilon}} = \text{div} \underline{\xi}$$

où  $\underline{\xi}$  est le déplacement associé au tenseur de déformation  $\underline{\epsilon}$ . En reportant dans l'égalité précédente, il vient

$$\int_{\Omega} \underline{OM} \cdot \rho \underline{F} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{OM} \cdot \underline{T} da = \frac{E}{1-2\nu} \int_{\Omega} \underline{\xi} \cdot \underline{n} da = \frac{E\nu}{1-2\nu} \quad (\text{A.3})$$

où  $\nu$  désigne la variation de volume globale du corps (une dilatation est positive) sous l'effet des efforts  $\rho \underline{F}$  et  $\underline{T}$ .

## Relation entre convergence et subsidence

Dans la suite, on considère le problème du creusement d'une cavité dans un milieu élastique semi-infini. Les forces de gravité existent avant comme après creusement, de sorte qu'on ne doit prendre en compte aucune variation des forces de volume,  $\rho \underline{F} = 0$ . Sur la surface libre qui délimite le milieu semi-infini, on a  $\underline{T} = \underline{0}$ . Sur la paroi de la cavité créée, on substitue à la contrainte de compression qui existait naturellement (avant creusement) une contrainte nulle : autrement dit, on a ajouté à la paroi une traction qui, dans l'hypothèse d'un état initial sphérique de contraintes, est :

$$\underline{T} = \gamma z \underline{n}$$

où  $\gamma$  est le poids volumique des terrains,  $z$  la profondeur sous la surface du sol,  $\underline{n}$  la normale extérieure au massif – donc dirigée vers l'intérieur de l'ouvrage. On choisit pour origine  $O$  le centre de gravité de la cavité, dont la profondeur est  $H$  ; l'intégrale de surface sur la frontière  $\Gamma$  de la cavité est alors :

$$\int_{\Gamma} \underline{OM} \cdot \underline{T} da = -3\gamma H V$$

où  $V$  est le volume de la cavité. La frontière  $\partial\Omega$  du domaine matériel comporte, en plus de  $\Gamma$  et de la surface libre, la « surface à l'infini » du demi-espace. Une cavité dans un milieu infini créerait des déplacements variant en  $1/r^2$  et des contraintes variant en  $1/r^3$ . Pour construire la solution dans le cas d'une cavité en milieu semi-infini, on ajoute à la solution précédente (valable pour le milieu infini) la même solution associée à une cavité symétrique par rapport à la surface libre (supposée plane, au moins à grande distance), mais soumise à des contraintes de signe opposé sur son pourtour, qui engendre des déplacements en  $-1/r^2$  ; on annule ainsi la composante normale du vecteur contrainte sur la surface libre. Pour obtenir la solution exacte, on doit ajouter la solution du problème élastique qui annule le cisaillement sur la surface libre ; il est facile de voir qu'elle ne peut changer l'ordre de grandeur des déplacements et contraintes sur la surface à l'infini du demi-espace : ceux-ci décroissent donc, dans le cas d'une cavité placée dans un espace semi-infini, plus vite que  $1/r^2$  et  $1/r^3$  respectivement, de sorte que les intégrales figurant dans la formule (3) et relatives à la surface à l'infini sont nulles.

Il reste donc dans le terme de droite de (3) : un terme relatif à la surface libre, noté  $v_1$ , appelé « subsidence » ou volume de terrain affaissé (positif pour un affaissement, négatif pour un soulèvement) ; et un terme relatif à la paroi, noté  $v_2$ , appelé « convergence » ou variation de volume de la cavité (positive lorsqu'il s'agit d'une diminution de volume).

$$E(v_1 - v_2) = 3\gamma H V(1 - 2\nu) \quad (\text{A.4})$$

On en déduit que la subsidence (volume affaissé) est toujours plus grande que la convergence (réduction de volume). On note aussi que, dans le cas de massifs soumis, du fait du creusement, à de grandes déformations plastiques (incompressibles), la différence  $v_1 - v_2$ , d'origine purement élastique, est petite devant  $v_1$  ou  $v_2$  de sorte que l'on a pratiquement  $v_1 = v_2$ .

## Cas des déformations planes

Dans ce cas, qui est celui de la section droite d'un tunnel horizontal, on doit remplacer les volumes  $v_1, v_2$ ,

V par les aires  $s_1, s_2, S$  définies dans un plan vertical perpendiculaire à l'axe du tunnel et on doit remplacer (4) par une formule équivalente :

$$E(s_1 - s_2) = 2(1 - 2\nu)(1 + \nu)\gamma HS$$

## Cas des sources de chaleur

On suppose qu'on modifie la température dans le milieu en négligeant le volume des galeries qui ont permis de mettre en place les sources de chaleur (en les supposant remblayées, par exemple). On suppose aussi que les variations de température n'affectent pas les propriétés élastiques ; on doit réécrire la relation de comportement sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E}(\text{tr}\underline{\underline{\sigma}})\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\varepsilon}}^p + \alpha T\underline{\underline{1}}; \text{tr}\underline{\underline{\varepsilon}}^p = 0$$

où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique linéaire de la roche (environ  $\alpha = 1.10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ), et  $T$  désigne l'écart de température avec la distribution naturelle. La relation (3) devient

$$V_1 + 3 \int_{\Omega} \alpha T d\Omega = 0$$

et la surface du sol se soulève ( $v_1 < 0$ ) dans le cas où le massif est échauffé ( $T > 0$ ).

L'intégrale de volume peut être évaluée dans certains cas. Dans le cas de sources de chaleur constituées par des déchets radioactifs exothermiques, la puissance exothermique produite décroît avec un temps caractéristique de l'ordre de quarante ans. L'évacuation de la chaleur produite par la surface du sol est affectée par un temps caractéristique bien plus long.

Si  $h$  est la profondeur des déchets, ce second temps caractéristique est de l'ordre de  $h^2/k$  où  $k$  est la diffusivité thermique des terrains, soit environ  $k = 1,5.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Pour une profondeur de  $h = 300 \text{ m}$ , ce temps caractéristique est de vingt siècles ; pour des temps plus courts, on peut considérer que toute l'énergie thermique produite  $W$  est encore contenue dans le massif et :

$$W = \int_{\Omega} \rho C T d\Omega$$

$\rho C$  est la chaleur spécifique volumique de la roche (environ  $\rho C = 2.10^6 \text{ J/m}^3$ ). Il vient donc :

$$v = -3 \alpha W / (\rho C)$$

et, pour une énergie produite de  $10^{17}$  Joules, le volume soulevé du fait de l'existence des sources de chaleur est  $|v| = 3.10^6 \text{ m}^3$ . On peut conduire un calcul analogue dans le cas d'un stockage cryogénique.

## Cas du pompage de l'eau

Lorsqu'on soutire par pompage un volume d'eau  $m/\rho$  (par unité de volume du milieu poreux), il en résulte une variation  $p$  de la pression de l'eau qui est liée à la variation de volume ( $\text{tr}\underline{\underline{\varepsilon}}$ ) du milieu poreux par la relation poroélastique :

$$m/\rho = b(\text{tr}\underline{\underline{\varepsilon}}) + p/M$$

où  $b$  est le coefficient de Biot (compris entre 0 et 1) et  $M$  est le module de transmissivité. Par ailleurs, la relation de comportement doit être écrite pour la contrainte effective  $\underline{\underline{\sigma}}^{\text{eff}} = \underline{\underline{\sigma}} + b p \underline{\underline{1}}$  et donc :

$$\text{tr}\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1-2\nu}{E} \text{tr}\underline{\underline{\sigma}} + 3b \frac{1-2\nu}{E} p$$

Il est commode de noter  $E = 3(1 - 2\nu)K$ , où  $K$  est le module d'incompressibilité drainé du milieu poreux, et la relation (3) devient :

$$\left(b + \frac{K}{bM}\right)v - \int_{\Omega} \frac{m}{\rho} d\Omega = 0$$

L'intégrale représente le volume total d'eau soutiré et la relation indiquée fournit la valeur de la subsidence qui en résulte. En introduisant la porosité  $\phi$  et la compressibilité  $K_f$  du fluide, on a aussi, en désignant par  $W$  le volume d'eau pompé :

$$\left[1 + \frac{\phi}{b} \left(\frac{K}{K_f} - 1 + b\right)\right]v = W$$

Boutéca et Sarda (1994) donnent les valeurs de  $b, \phi, K$  pour plusieurs roches calcaires ; on a calculé le rapport  $W/v$  (volume soutiré divisé par subsidence) dans le cas de l'eau ( $K_f = 2 \text{ GPa}$ ).

	$\phi$	$b$	$K$ (GPa)	$W/v$
Larrys	0,043	0,36	33,85	3
Tavel	0,10	0,66	19,5	2,3
Vilhonneur	0,14	0,68	19,8	1,9
Lavoux	0,236	0,83	8,6	2
Estailades	0,299	0,88	5,4	1,6

## Bibliographie

- Boutéca M., Sarda J.-P. - « Mesure expérimentale des coefficients thermo-poroélastiques ». École des milieux poreux, Comité français de mécanique des roches, (ISBN 2-85555-049-1), 1994.  
 Habib P. - *Génie géotechnique*. Ellipses, 1997, p. 49-51.  
 Habib P. - « Tassement engendré en surface par le front de taille d'un souterrain ». Actes du Colloque « Mécanique et géotechnique », École polytechnique, M.P. Luong Edt., 1998, p. 12.