Contribution à l'étude théorique du comportement des pieux sollicités horizontalement dans des sables. Paramètres caractéristiques d'interaction

N. RADULESCU

Université technique
des constructions
de Bucarest
124, bd Lacul Tei
72302 Bucarest, Roumanie
nicoleta@hidro.utcb.ro

Résumé

Cette étude a trait à la méthode aux modules de réaction, ou plus généralement des courbes de réaction $\bar{p}$ -y, utilisée pour dimensionner les pieux sollicités horizontalement. On évoque, tout d'abord, le contexte général et les bases théoriques de l'interaction entre le sol et les pieux à section non circulaire. La présentation, proprement dite, des études effectuées et des résultats obtenus est divisée en deux parties.

On propose ainsi, successivement, une méthode de construction des courbes $\bar{p}$ -y pour les pieux rectangulaires ou barrettes et les solutions pour obtenir les paramètres caractéristiques d'interaction valables pour toutes les formes de section transversale des pieux. La comparaison des résultats calculés aux résultats expérimentaux en vraie grandeur fera l'objet d'un deuxième article.

Mots-clés : fondations profondes, pieux, barrettes, charges horizontales, déplacement horizontal, courbes $\bar{p}$ -y, module de réaction horizontale, interaction sol-pieu, effet de forme.

Contributions to the analysis of the behaviour of laterally loaded piles in sands. Interaction characteristic parameters

Abstract

The paper deals with the method using the soil horizontal reaction modulus, or more generally the $\bar{p}$ -y curves, used in the analysis of laterally loaded piles. The presentation proper of the analytical studies and of the results obtained is divided into two parts.

A method of developing the $\bar{p}$ -y curves for rectangular piles and piers is presented, as well as the solutions for obtaining the soil-pile interaction parameters valid regardless the shape of the transverse area of piles.

The comparison of the computed results with these obtained by field tests will make the object of a second paper.

Key words : deep foundations, piles, piers, lateral loads, horizontal displacement, $\bar{p}$ -y curves, soil horizontal reaction modulus, soil-pile interaction, shape effect.

NDLE : Les discussions sur
cet article sont acceptées
jusqu'au 30 septembre 2002.

NOTATIONS

A_s	: facteur de correction ; $A_s = A_s(z/B)$.
B (m)	: largeur frontale (avant ou arrière) de la section transversale.
B_s	: facteur de correction ; $B_s = B_s(z/B)$.
C_K	: coefficient de gradient du module global pour pieux non circulaires.
C_{K0}	: coefficient de gradient du module pour pieux circulaires.
C_θ	: coefficient de réaction latérale ultime.
E (kPa)	: module d'Young.
E_s (kPa)	: module global de réaction pour pieux non circulaires ; $E_s = k_s \cdot z$ représente la pente initiale (à l'origine) de la courbe $\bar{p}$ - y .
E_{sd} (kPa)	: module de réaction pour pieux circulaires ; $E_{sd} = k_{sd} \cdot z$ représente la pente initiale (à l'origine) de la courbe $\bar{p}$ - y .
$E_{s,fr}$ (kPa)	: module partiel de réaction frontale ; $E_{s,fr} = k_{s,fr} \cdot z$ représente la pente initiale (à l'origine) de la courbe $\bar{p}_{fr}$ - y .
$E_{s,lat}$ (kPa)	: module partiel de réaction latérale ; $E_{s,lat} = k_{s,lat} \cdot z$ représente la pente initiale (à l'origine) de la courbe $\bar{p}_{lat}$ - y .
$E_{p,p}$ (kN.m ²)	: rigidité du pieu.
k_s (kN/m ³)	: coefficient de réaction Winkler.
K (kN/m ³)	: coefficient de pression horizontale.
K_0 (kN/m ³)	: coefficient de pression horizontale au repos.
K_{fr} (kN/m ³)	: gradient du module partiel de réaction frontale.
K_{lat} (kN/m ³)	: gradient du module partiel de réaction latérale.
K_s (kN/m ³)	: gradient du module global de réaction pour pieux non circulaires.
K_{sd} (kN/m ³)	: gradient du module de réaction pour pieux circulaires.
l (m)	: longueur du pieu.
l_0 (m)	: longueur de transfert.
l/l_0 (-)	: rigidité relative du pieu.
L (m)	: longueur latérale de la section transversale.
n	: élancement de la section transversale.
p (kPa)	: pression horizontale.
p_{cr} (kPa)	: pression horizontale critique.
p^*	: pression horizontale normalisée.
p_{cr}^*	: pression normalisée critique.
$\bar{p}$ (kN/m)	: réaction horizontale totale.
$\bar{p}_e$ (kN/m)	: réaction totale correspondant au déplacement y_e .
$\bar{p}_{fr}$ (kN/m)	: réaction horizontale frontale.
$\bar{p}_{fr,u}$ (kN/m)	: réaction horizontale frontale ultime.
$\bar{p}_{inf}$ (kN/m)	: réaction limite en profondeur ($z \geq z_{cr}$).
$\bar{p}_k$ (kN/m)	: réaction totale correspondant au déplacement y_k .
$\bar{p}_{lat}$ (kN/m)	: réaction horizontale latérale.
$\bar{p}_{lat,u}$ (kN/m)	: réaction horizontale latérale ultime.
$\bar{p}_{lim}$ (kN/m)	: réaction théorique limite.
$\bar{p}_{sup}$ (kN/m)	: réaction limite de surface ($z \leq z_{cr}$).
$\bar{p}_u$ (kN/m)	: réaction horizontale totale ultime.
r	: facteur global de forme ; $r = r(l/l_0, n)$.
r'	: facteur global de forme pour $l/l_0 = 2,2$; $r' = r'(n)$.
r''	: facteur global de forme pour $l/l_0 = 9,2$; $r'' = r''(n)$.
$\bar{r}$	: facteur partiel de forme ; $\bar{r} = \bar{r}(n)$.
s (m)	: coefficient global de forme.
Δs	: correction de forme pour la section non circulaire.
s_0	: coefficient de forme pour la section circulaire.
y (m)	: déplacement horizontal.
y_e (m)	: déplacement horizontal correspondant à $(\bar{p}_{fr})_e$.
y_k (m)	: déplacement horizontal correspondant à $(\bar{p}_k)$; $y_k = y_{u,lat}$.
y_u (m)	: déplacement horizontal limite pour la mobilisation de $\bar{p}_{fr,u}$.
$y_{u,fr}$ (m)	: déplacement horizontal limite pour la mobilisation de $\bar{p}_{fr,u}$.
$y_{u,lat}$ (m)	: déplacement horizontal limite pour la mobilisation de $\bar{p}_{lat,u}$.
y_e^*	: déplacement y_e normalisé ; $y_e^* = y_e/B$.
y_k^*	: déplacement y_k normalisé ; $y_k^* = y_k/B$.
y_u^*	: déplacement y_u normalisé ; $y_u^* = y_u/B$.
z (m)	: profondeur courante.
z_{cr} (m)	: profondeur critique.
z_i (m)	: profondeur d'influence égale à la longueur efficace du pieu.
$\bar{z}$	: profondeur réduite ; $\bar{z} = z/z_{cr}$.
z^*	: - profondeur courante normalisée ; $z^* = z/B$.
z_{cr}^*	: - profondeur critique normalisée ; $z_{cr}^* = z_{cr}/B$.
ϕ (°)	: angle de frottement.
ϕ_j (°)	: angle de calcul.
γ (kN/m ³)	: poids volumique du sol.
λ	: coefficient de rigidité relative ; $\lambda = E_{sd}^{max}/E_{sd}^{min} = 1,82$.
λ'	: coefficient général de rigidité relative.
ω_e	: déplacement horizontal relatif entre y_e et y_k ; $\omega_e = y_e/y_k$.
ω_u	: déplacement horizontal relatif entre y_u et y_e ; $\omega_u = y_u/y_e$.

Introduction

Les méthodes de calcul aux modules de réaction permettent la prise en compte des principaux facteurs qui influencent le comportement du système pieu-sol, notamment :

- le comportement non linéaire du sol de fondation par l'utilisation de lois de comportement (effort-déformation) déterminées par des essais ou définies par divers modèles mathématiques ;
- la rigidité relative pieu-sol exprimant, de différentes manières, les relations entre la rigidité propre du pieu et celle du sol ;
- les conditions aux limites en tête du pieu (déplacement horizontal et rotation, déplacement horizontal et rotation partielle, déplacement horizontal sans rotation).

Les principaux défauts des solutions courantes du problème de l'interaction entre le pieu et le sol sont :

- l'insensibilité à la forme de la section transversale du pieu (autre que circulaire) de l'état de contraintes et de déformations du sol environnant ; or, dans le cas des sections carrées ou rectangulaires (caractéristiques des barrettes), l'effet de forme est important et le mécanisme de réaction horizontale, bien connu pour les pieux circulaires, doit être analysé et modifié en conséquence ;
- le module de réaction, E_s , et le gradient du module K_s , qui représentent les paramètres fondamentaux du comportement du système pieu-sol, sont obtenus soit par des études expérimentales, auquel cas les valeurs obtenues ne peuvent être utilisées que pour résoudre des configurations identiques, soit à partir de recommandations issues de la littérature, auquel cas la gamme des valeurs proposées est extrêmement étendue et les critères de choix sont assez relatifs ;
- le module de réaction n'étant pas, selon les résultats expérimentaux, une caractéristique intrinsèque du sol, mais une caractéristique globale du système sol-pieu ; de nombreuses études passent en revue les facteurs influençant ses valeurs mais on n'enregistre pas, jusqu'à présent, de progrès sensible dans la mise au point d'une méthodologie cohérente de détermination du module, E_s , ou du gradient, K_s , permettant de mettre en évidence le comportement du pieu en interaction avec le sol de fondation.

Présentation des bases théoriques

Les paramètres qui caractérisent le comportement des pieux carrés ou des barrettes en interaction avec le sol peuvent être classés en deux catégories :

- dans la première catégorie on range les caractéristiques de déformabilité du sol représentées par le module global de réaction, E_{sf} , et ses deux composantes, $E_{sf, lat}$ et $E_{sf, fr}$;
- dans la deuxième catégorie se trouvent les paramètres de mobilisation de la réaction totale, $\bar{p}$, qui résulte de la superposition de la réaction latérale et la réaction frontale.

Modules de réaction

L'étude théorique sur l'effet de forme par la méthode des éléments finis effectuée par Baguelin *et al.* (1979) est utilisée afin d'obtenir les résultats présentés ci-dessous.

2.1.1

Module global de réaction, E_s

Le module de réaction, E_{s0} , défini pour les sections circulaires par le rapport E/s_0 est modifié dans le cas des sections rectangulaires.

Le module global de réaction, E_s , qui correspond à une section rectangulaire est calculé par :

$$E_s = \frac{E}{s} \quad (1)$$

où : E est le module d'Young du sol

s le coefficient global de forme

$$s = s_0 + \Delta s$$

où : s_0 est le coefficient de forme pour la section circulaire

$$s_0 = s_0(l/l_0)$$

où : (l/l_0) , rigidité relative avec l , longueur du pieu et l_0 , longueur de transfert

Δs = correction de forme

$$\Delta s = \Delta s(n)$$

où : $n = L/B$, élancement de la section transversale du pieu avec L , longueur latérale et B , largeur frontale (avant ou arrière).

L'influence de la forme de la section transversale sur le module de réaction peut être exprimée par le facteur global de forme, r , défini par :

$$r = \frac{E_s}{E_{s0}} = \frac{s_0}{s_0 + \Delta s} \quad (2)$$

Le facteur global de forme, r , dépend de la rigidité relative sol-pieu et de l'élancement de la section rectangulaire.

Pour un sol intact avec $\nu = 0,33$, on a calculé les valeurs du facteur global de forme en fonction de n pour une rigidité relative $(l/l_0) = 2,2$, considérée comme la limite inférieure des pieux souples et pour $(l/l_0) = 9,2$ estimée comme la limite supérieure, possible en pratique, pour les pieux en béton de section pleine ($2,2 \leq l/l_0 \leq 9,2$).

Les courbes de variation des facteurs globaux de forme r' pour $l/l_0 = 2,2$ et r'' pour $l/l_0 = 9,2$ en fonction de L/B sont données sur la figure 1. Elles permettent la détermination des valeurs du module global de réaction, E_s , en fonction de n si on connaît la valeur E_{s0} .

Ces valeurs r' et r'' correspondent au cas du pieu libre en tête. Elles sont égales à l'unité pour $n = 0,5$ parce que Δs est égal à zéro, ce que signifie que pour $n = 0,5$ il n'y a pas d'effet de forme, la valeur du module global de réaction, E_s , étant égale à la valeur du module E_{s0} pour la section circulaire. Plus la section est allongée, ou plus la rigidité relative est grande, plus le facteur global de forme est grand, donc plus l'effet de forme est important.

FIG. 1 Facteurs globaux de forme r' et r'' . Facteur partiel de forme $\bar{r}$ (d'après les résultats numériques de Baguelin *et al.*, 1979).

2.1.2

Modules partiels de la réaction $E_{s, lat}$, $E_{s, fr}$

Les modules partiels de réaction, $E_{s, lat}$ et $E_{s, fr}$, sont les deux composantes du module global de réaction, E_s , défini par :

$$E_{s, lat} + E_{s, fr} = E_s \quad (3)$$

Dans le cas d'une section rectangulaire d'éclatement $n = 2,1$ les modules partiels, $E_{s, lat}$ et $E_{s, fr}$, sont égaux $\bar{p}_{lat}/\bar{p} = \bar{p}_{fr}/\bar{p} = 0,5$.

La condition $E_{s, lat} = E_{s, fr}$ dans la relation (3) donne :

$$E_{s, lat} = E_{s, fr} = E_s/2 \quad (4)$$

L'influence de la forme de la section transversale sur les parts respectives des deux composantes, $E_{s, lat}$ et $E_{s, fr}$, dans le module global, E_s , peut être exprimée par l'intermédiaire du facteur partiel de forme, $\bar{r}$, défini par :

$$\bar{r} = \frac{E_{s, lat}}{E_s} = 1 - \frac{E_{s, fr}}{E_s} \quad (5)$$

Pour $n = 2,1$, comme dans le cas de la section circulaire ; $\bar{r} = 0,5$ (conformément à la relation 4).

Contrairement au facteur global de forme, r , le facteur partiel de forme, $\bar{r}$, dépend uniquement de n : il est indépendant de la rigidité relative (l/l_0), qui influence le coefficient de forme s (la relation (5) est indépendante de s).

La courbe de variation du facteur partiel de forme, $\bar{r}$, donnée sur la figure 1 permet de déterminer la valeur du module global de réaction, E_s , en fonction de n , si on connaît le module partiel, $E_{s, lat}$ ou $E_{s, fr}$, qui correspond à la valeur n considérée.

2.2

Réaction horizontale pour pieux à sections circulaires

La réaction, $\bar{p}$, correspondant à une section circulaire de diamètre B , représente la résultante des pres-

sions horizontales, p , mobilisées à la profondeur courante, z , pour le déplacement horizontal, y .

La mobilisation de la réaction $\bar{p}$ en fonction du déplacement horizontal y est décrite par la courbe $\bar{p}$ - y .

La réaction ultime, $\bar{p}_u$, correspond au déplacement horizontal limite y_u .

Reese (1962) propose de déterminer $\bar{p}_u$ en fonction d'une réaction théorique limite, $\bar{p}_{lim}$, qui possède deux expressions analytiques différentes suivant que l'on se situe au-dessus ou au-dessous d'une profondeur critique, z_{cr} :

$$\bar{p}_{lim} = \bar{p}_{sup} \text{ pour } z \leq z_{cr}$$

$$\bar{p}_{lim} = \bar{p}_{inf} \text{ pour } z > z_{cr}$$

La profondeur critique, z_{cr} , est la profondeur qui délimite deux mécanismes différents de mobilisation de $\bar{p}_u$. Dans la présente étude on supposera, de plus, que l'effet de forme ne joue que pour $z \leq z_{cr}$. Pour la détermination de z_{cr} (voir § 4).

Pour $z \leq z_{cr}$ Reese (1989) exprime la réaction ultime, $\bar{p}_u$, en fonction de $\bar{p}_{sup}$ par l'intermédiaire d'un facteur de correction, A_s :

$$\bar{p}_u(z) = A_s \cdot \bar{p}_{sup} \quad (6)$$

où : $A_s = A_s(z/B)$; $2,88 \leq A_s \leq 0,88$ pour $0 \leq z \leq z_{cr}$

$$\bar{p}_{sup} = \gamma z \left\{ \left[\frac{K_0 \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\tan^2 \beta \tan \alpha}{\tan(\beta - \phi)} + K_0 \tan \beta (\sin \beta \tan \phi - \tan \alpha) \right] z + \left[\frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} - K_0 \right] B \right\} \quad (7)$$

où : $K_0 = 1 - \sin \phi$, $\beta = 45 + \phi/2$, $\alpha = (0,5 \text{ à } 0,67) \phi$, $K_0 = \tan^2(45 - \phi/2)$.

La pression normalisée $p^*_{sup} = \bar{p}_{sup}/\gamma z B$, qu'on notera p^* pour simplifier, est donnée en fonction de la profondeur normalisée $z^* = z/B$ par la fonction f représentée sur la figure 2 :

$$p^* = p^*_{sup} = f(z^*, \phi) \quad (8)$$

FIG. 2 Pressions normalisées $p^* = f(z^*, \phi)$ avec la profondeur normalisée z^* pour $z^* \leq z^*_{cr}$ (d'après Reese, 1962).

Pour un angle ϕ donné, la fonction f représente une loi de variation linéaire de la pression normalisée, p^* , en fonction de la profondeur normalisée, z^* .

En calculant les valeurs p^* pour un grand nombre de combinaisons (ϕ, z^*), on en déduit l'expression géné-

rale approchée suivante pour la résistance normalisée, p^* :

$$p^* = 2,7 + a\Delta\text{tg}\phi + z^* (2 + b\Delta\text{tg}\phi) \quad (9)$$

où : $\Delta\text{tg}\phi = \text{tg}\phi - \text{tg}\phi_0$

où : ϕ , angle de frottement ; $\phi_0 = 30^\circ$;

a et b, coefficients sans dimension fonction de ϕ :

$\phi \leq \phi_0$: a = 5,5 et b = 5,0 ; $\phi > \phi_0$: a = 6,5 et b = 10

La relation (9) permet le calcul de la pression normalisée, p^* , pour n'importe quelles valeurs de ϕ et B. On obtient alors $\bar{p}_{\text{sup}}(z)$ par :

$$\bar{p}_{\text{sup}}(z) = p^* \cdot z^* \cdot B^2 \cdot \gamma \quad (10)$$

La relation (10) est équivalente à la relation (7).

Pour $z^* = z_{\text{cr}}^*$ on obtient la valeur maximale de $\bar{p}_{\text{sup}}$:

$$\bar{p}_{\text{sup,max}} = p_{\text{cr}}^* \cdot z_{\text{cr}}^* \cdot B^2 \cdot \gamma \quad (11)$$

où : p_{cr}^* est défini par la relation (9) pour z_{cr}^* .

2.3

Réactions horizontales pour pieux à sections non circulaires

2.3.1

Réaction horizontale totale

Dans le cas des sections transversales non circulaires, la réaction totale, $\bar{p}$, est définie pour une profondeur courante, z, par la courbe $\bar{p}$ -y. La courbe de variation de la réaction totale, $\bar{p}$, résulte de la composition des courbes de variation de la réaction latérale, $\bar{p}_{\text{lat}}$, et de la réaction frontale, $\bar{p}_{\text{fr}}$, en fonction de déplacement horizontal, y.

La réaction totale ultime, $\bar{p}_{\text{u}}$, qui correspond au déplacement horizontal limite, y_{u} , résulte de l'addition de la réaction latérale ultime, $\bar{p}_{\text{lat,u}}$, et de la réaction frontale ultime, $\bar{p}_{\text{fr,u}}$. Ces deux réactions, $\bar{p}_{\text{lat,u}}$ et $\bar{p}_{\text{fr,u}}$, tout autant que $\bar{p}_0$ dépendent de la profondeur, z, par rapport à la profondeur critique, z_{cr} .

2.3.2

Réaction horizontale latérale

La réaction latérale, $\bar{p}_{\text{lat}}$, est la résultante des contraintes tangentielles horizontales qui correspondent aux côtés, L, parallèles à la direction d'application de la charge. C'est une force unitaire de frottement qui se développe entre le pieu et le sol environnant par suite du déplacement horizontal.

A une profondeur donnée, z, la réaction latérale ultime, $\bar{p}_{\text{lat,u}}$, correspond à un déplacement horizontal limite, $y_{\text{u,lat}}$.

En analysant les résultats expérimentaux obtenus sur des pieux instrumentés, Jamiolkovski et Garassino (1997) obtiennent pour le déplacement horizontal limite, $y_{\text{u,lat}}$, en fonction du diamètre B du pieu :

$$y_{\text{u,lat}} = (0,001 \text{ à } 0,01) B$$

Dans un sol homogène, on peut admettre que la pression $\bar{p}_{\text{lat}}$ croît linéairement jusqu'à une certaine profondeur, z, puis elle reste constante. Cette hypothèse est basée sur l'analogie avec la loi de variation du frottement axial d'un pieu chargé verticalement.

La bibliographie recommande pour la profondeur à laquelle ces efforts deviennent constants des valeurs de l'ordre de 10 à 20 B.

2.3.3

Réaction horizontale frontale

La réaction frontale, $\bar{p}_{\text{fr}}$, est définie comme la résultante des pressions horizontales qui correspondent aux côtés, B, perpendiculaires à la direction d'application de la charge. Les pressions qui sont mobilisées sur les côtés B représentent les contraintes normales qui sont développées dans le sol à l'avant et à l'arrière du pieu par suite du déplacement horizontal.

A une profondeur donnée, z, la réaction frontale ultime, $\bar{p}_{\text{fr,u}}$, correspond à un déplacement horizontal limite, $y_{\text{u,fr}}$.

En tenant compte de l'analogie entre la mobilisation de la réaction frontale dans le cas d'une section rectangulaire, d'une part, et la mobilisation de la réaction dans le cas d'une section circulaire, d'autre part, on peut admettre les hypothèses suivantes (Baguelin *et al.*, 1979) :

- la courbe de variation de la réaction frontale en fonction du déplacement horizontal est similaire à la courbe $\bar{p}$ -y définie pour le cas d'une section circulaire ;

- la réaction frontale ultime, $\bar{p}_{\text{fr,u}}$, peut être déterminée en utilisant la même méthodologie de calcul que dans le cas de la réaction ultime, $\bar{p}_0$, pour pieux circulaires ;

- $y_{\text{u,fr}}$ est défini d'une manière identique au déplacement horizontal limite, y_{u} , pour pieux circulaires.

3

Construction des courbes $\bar{p}$ -y pour pieux à sections non circulaires

En tenant compte du procédé analytique pour déterminer les courbes $\bar{p}$ -y pour les pieux à section circulaire (Reese, 1989), de la méthodologie d'obtention des courbes $\bar{p}$ -y dans le cas des barrettes (Baguelin *et al.*, 1979), ainsi que des bases théoriques exposées au § 2, on obtient les courbes $\bar{p}$ -y présentées sur la figure 3, pour les sections rectangulaires dans le cas $n = 2,1$; $n < 2,1$ et $n > 2,1$. La section rectangulaire définie par $n = 2,1$ représente un cas particulier, puisque le module global de réaction, E_g , est divisé en deux parties égales, $E_{s,\text{lat}}$ et $E_{s,\text{fr}}$ comme dans le cas de la section circulaire.

En ce qui concerne la construction des courbes $\bar{p}$ -y :

- on admet qu'elles sont définies par quatre zones de variation linéaire ;

- on admet que le module de réaction E_{s0} respectivement E_g varie linéairement avec la profondeur z et la pente du premier segment est définie par le gradient du module, K_{s0} respectivement K_g .

La courbe $\bar{p}$ -y est définie par les points caractéristiques suivants :

0, point origine du système d'axes y 0 $\bar{p}$;

k, point de coordonnées (y_k ; $\bar{p}_k$) ;

e, point de coordonnées (y_e ; $\bar{p}_e$) ;

u, point de coordonnées (y_u ; $\bar{p}_u$).

La courbe $\bar{p}$ -y à une profondeur donnée, z, est obtenue en suivant les étapes présentées ci-dessous.

FIG. 3 Allure des courbes de réaction pour le calcul des barretes.

3.1

Détermination des réactions

3.1.1

Réactions ultimes correspondant au déplacement horizontal limite, y_u

- Réaction latérale ultime, $\bar{p}_{lat,u}$

La réaction latérale ultime, $\bar{p}_{lat,u}$, est calculée par :

$$\bar{p}_{lat,u} = 2 L f \quad (12)$$

où : $L = n.B$;

f , force unitaire de frottement

$$f = \gamma.z.K.tg\phi \quad (13)$$

où : γ , poids volumique du sol ;

K , coefficient de pression horizontale pris égal à $K_0 = 1 - \sin \phi$ (pression au repos) ;

$tg \phi$, coefficient de frottement.

On définit le coefficient de réaction latérale ultime, C_ϕ , par :

$$C_\phi = 2K_0.tg \phi \quad (14)$$

En reportant les relations (13) et (14) dans la relation (12), on obtient :

$$\bar{p}_{lat,u} = n.B.\gamma.z.C_\phi \quad (15)$$

On admet que $\bar{p}_{lat,u}$ devient constante à partir de la profondeur critique, z_{cr} (voir § 2).

On calcule donc $\bar{p}_{lat,u}$ en fonction de la profondeur, z , comme suit :

$$\begin{aligned} z < z_{cr} : \bar{p}_{lat,u} &= n.B.\gamma.z.C_\phi \\ z \geq z_{cr} : \bar{p}_{lat,u} &= n.B.\gamma.z_{cr}.C_\phi \end{aligned}$$

• Réaction frontale ultime, $\bar{p}_{fr,u}$

La réaction frontale ultime, $\bar{p}_{fr,u}$, est prise égale à la réaction ultime, $\bar{p}_u$, définie pour les sections circulaires (voir § 2) :

$$\begin{aligned} z \leq z_{cr} : \bar{p}_{fr,u} &= A_s \cdot \bar{p}_{sup} \\ z \geq z_{cr} : \bar{p}_{fr,u} &= 0,88 \bar{p}_{inf} \end{aligned}$$

• Réaction totale ultime, $\bar{p}_u$

La réaction totale ultime, $\bar{p}_u$, est déterminée par :

$$\bar{p}_u = \bar{p}_{lat,u} + \bar{p}_{fr,u} \quad (16)$$

3.1.2

Réactions correspondant au déplacement horizontal y_e

• Réaction latérale, $(\bar{p}_{lat})_e$

On définit cette réaction par :

$$(\bar{p}_{lat})_e = \bar{p}_{lat,u} \quad (17)$$

• Réaction frontale, $(\bar{p}_{fr})_e$

On calcule cette réaction en fonction de la réaction théorique limite, $\bar{p}_{lim}$ (voir § 2) :

$$(\bar{p}_{fr})_e = B_s \bar{p}_{lim} \quad (18)$$

où B_s - facteur de correction (Reese, 1989) :

$$B_s = B_s(z/B) ; 2,1 \leq B_s \leq 0,5 \text{ pour } 0 \leq z \leq z_{cr}$$

$$z \leq z_{cr} : (\bar{p}_{fr})_e = B_s \bar{p}_{sup}$$

$$z \geq z_{cr} : (\bar{p}_{fr})_e = 0,5 \bar{p}_{inf}$$

• Réaction totale, $\bar{p}_e$

On calcule la réaction totale, $\bar{p}_e$, par :

$$\bar{p}_e = \bar{p}_{lat,u} + (\bar{p}_{fr})_e \quad (19)$$

3.1.3

Réactions qui correspondent au déplacement horizontal y_k

• Réaction latérale, $(\bar{p}_{lat})_k$

On calcule cette réaction par :

$$(\bar{p}_{lat})_k = \bar{p}_{lat,u} \quad (20)$$

• Réaction frontale, $(\bar{p}_{fr})_k$

La réaction frontale $(\bar{p}_{fr})_k$ est calculée, en fonction de y_k , par :

$$(\bar{p}_{fr})_k = K_{fr} z y_k \quad (21)$$

où : K_{fr} - gradient du module partiel de réaction frontale

• Réaction totale, $\bar{p}_k$

La réaction totale, $\bar{p}_k$, est déterminée par :

$$\bar{p}_k = \bar{p}_{lat,u} + K_{fr} z y_k \quad (22)$$

$$\text{ou : } \bar{p}_k = K_s z y_k \quad (23)$$

où : K_s - gradient du module global.

3.2

Détermination des déplacements horizontaux

3.2.1

Déplacement horizontal y_k

Le déplacement horizontal y_k représente le déplacement horizontal limite, $y_{u,lat}$, nécessaire pour mobiliser intégralement la réaction latérale, $\bar{p}_{lat}$. Pour des déplacements horizontaux qui dépassent le déplacement limite $y_{u,lat} = y_k$, la réaction latérale, $\bar{p}_{lat}$, devient constante et égale à la réaction latérale ultime, $\bar{p}_{lat,u}$.

On exprime la réaction $(\bar{p}_{lat})_k$ par :

$$(\bar{p}_{lat})_k = K_{lat} z y_k \quad (24)$$

où : K_{lat} - gradient du module partiel de réaction latérale.

En identifiant (15) et (24) on obtient :

$$n.B.\gamma.z.C_\phi = K_{lat} z y_k \quad (25)$$

En tenant compte de la loi de variation linéaire du E_s ou $E_{s,lat}$ en fonction de z , $K_s z$ ou $K_{lat} z$, la relation (5) devient :

$$\bar{r} = K_{lat}/K_s \quad (26)$$

En introduisant la relation (26) dans (25) on obtient :

$$\frac{y_k}{B} = \frac{n.\gamma.C_\phi}{\bar{r}.K_s} \quad (27)$$

On définit le coefficient de gradient du module global, C_K , par :

$$C_K = K_s/\gamma \quad (28)$$

Si on reporte la relation (28) dans (27) on obtient :

$$y_k^* = \frac{n.C_\phi}{\bar{r}.C_K} \quad (29)$$

où : y_k^* - déplacement horizontal normalisé qui dépend de n et ϕ ; $y_k^* = y_k/B$.

3.2.2

Déplacement horizontal y_e

Le déplacement horizontal y_e est le déplacement horizontal correspondant à la réaction frontale, $(\bar{p}_{fr})_e$:

$$(\bar{p}_{fr})_e = K_{fr} z y_e \quad (30)$$

Si on porte la relation (30) dans (19) on obtient :

$$\bar{p}_e = \bar{p}_{lat,u} + K_{fr} z y_e \quad (31)$$

ou :

$$\bar{p}_e - \bar{p}_{lat,u} = K_{fr} z y_e \quad (31')$$

On peut exprimer la réaction également par :

$$\bar{p}_e = \bar{p}_k + K_{fr} z (y_e - y_k) \quad (32)$$

À partir des relations (31) et (32) on obtient :

$$\bar{p}_k - \bar{p}_{lat,u} = K_{fr} z y_k \quad (33)$$

Si on considère les relations (31') et (33) y_e peut être défini en fonction de y_k :

$$\omega_e = \frac{y_e}{y_k} = \frac{\bar{p}_e - \bar{p}_{lat,u}}{\bar{p}_k - \bar{p}_{lat,u}} \quad (34)$$

Le déplacement y_e dépend de n et ϕ par y_k , mais aussi de la profondeur courante, z , et de la profondeur critique, z_{cr} . Les valeurs du rapport y_e/y_k ont été déterminées en fonction de la profondeur réduite, $\bar{z} = z/z_{cr}$. Pour des profondeurs courantes $z \leq z_{cr}$, c'est-à-dire pour des profondeurs réduites $\bar{z} \leq 1$, la variation de $\omega_e = y_e/y_k$ en fonction de $\bar{z}$ est linéaire. Pour $z > z_{cr}$ le rapport y_e/y_k devient constant. La figure 4 donne les variations de $\omega_e = y_e/y_k$ en fonction de $\bar{z}$ pour différentes valeurs de n et de ϕ .

FIG. 4 Variation du rapport $\omega_e = y_e/y_k$ avec la profondeur réduite $\bar{z}$

3.2.3

Déplacement horizontal y_u

Le déplacement horizontal y_u est le déplacement horizontal limite pour lequel la réaction totale, $\bar{p}$, devient égale à la réaction totale ultime, $\bar{p}_u$. Si le déplacement horizontal, y , dépasse le déplacement limite, y_u , la réaction totale ultime, $\bar{p}_u$, reste constante. Si on applique un procédé de calcul similaire à celui présenté auparavant, le déplacement horizontal limite, y_u , peut être exprimé en fonction du y_e par :

$$\omega_u = y_u/y_e \quad (35)$$

Les valeurs de ω_u ont été déterminées en fonction de n , ϕ , z et z_{cr} . Les variations du rapport $\omega_u = y_u/y_e$ en

fonction de $\bar{z}$ pour différentes valeurs n et ϕ sont donnés sur la figure 5.

4

Paramètres caractéristiques d'interaction

La profondeur critique, z_{cr} , le module de réaction, E_s (ou le gradient du module de réaction, K_s) et la longueur de transfert, l_0 , sont des paramètres caractéristiques de l'interaction. A partir d'eux, on peut déterminer tous les autres paramètres intervenants dans la construction des courbes des réactions.

4.1

Profondeur critique z_{cr}

Dans le cas des pieux à section circulaire, la profondeur critique est définie comme la profondeur à laquelle la réaction limite de surface, $\bar{p}_{sup}$, devient égale à la réaction limite en profondeur, $\bar{p}_{inf}$. En écrivant l'égalité des deux réactions limites on arrive à déterminer la valeur de la profondeur critique, z_{cr} .

Dans le cas des pieux à section rectangulaire, la détermination de la profondeur critique, z_{cr} , par une relation analytique n'est pas possible, à cause du mécanisme différent de mobilisation des deux types de réactions, latérale et frontale, qui, par leurs effets combinés, définissent la réaction totale.

4.1.1

Étude paramétrique

Afin de déterminer la profondeur critique dans le cas des pieux à section quelconque, une étude paramétrique a été réalisée par ordinateur en utilisant le logiciel LPILE^{PLUS} (1990). On a analysé 132 variantes, dont 12 cas de pieux circulaires et 120 cas de pieux carrés ou rectangulaires.

Le tableau I présente les caractéristiques géométriques des sections transversales et les caractéristiques géotechniques pour les 132 cas analysés.

Pour tous les cas étudiés, on a considéré la charge horizontale appliquée au niveau du sol et le pieu libre en tête.

L'étude paramétrique s'est déroulée en trois étapes. La description détaillée de l'étude paramétrique est présentée par Rădulescu (1998).

TABEAU I Synthèse des caractéristiques géométriques et géotechniques de l'étude paramétrique.

Nombre de cas	Forme de la section transversale	n	B(m)	Φ (°)	γ (kN/m ³)
12	circulaire	—	1,1 à 2	20 ; 30 ; 40	10 à 20
24	carrée	1	0,6 à 1,3		
96	rectangulaire	0,2 ; 0,5 ; 2 ; 5	0,6 à 6,0

FIG. 5 Variation du rapport $\omega_u = y_u / y_k$ avec la profondeur réduite $\bar{z}$.

4.1.2

Présentation et interprétation des résultats

Pour généraliser les résultats obtenus, la profondeur critique, $(z_{cr})_i$, déterminée pour chaque cas a été normalisée :

$$\left(\bar{z}_{cr}^*\right)_i = \frac{(z_{cr})_i}{B_i} \quad (36)$$

Les valeurs $(\bar{z}_{cr}^*)_i$ ont été classées en 15 groupes, en fonction de n et ϕ , chaque groupe contenant 8 valeurs. Pour chaque groupe, on a calculé la valeur moyenne de la profondeur critique normalisée $(\bar{z}_{cr}^*)_i$. Les variations maximales, par rapport aux valeurs moyennes, pour chaque groupe sont égales à $\pm 2,5 \%$.

Le tableau II présente les valeurs $(\bar{z}_{cr}^*)_i$ en fonction de n et ϕ .

L'analyse de ces valeurs montre, comme on pouvait s'y attendre, que l'angle de frottement, ϕ , mais surtout l'élancement, n , ont une certaine influence sur la profondeur critique normalisée. Plus l'angle ϕ est petit et le rapport n est grand, plus la valeur $\bar{z}_{cr}^*$ est élevée.

TABLEAU II Valeurs des profondeurs critiques, $\bar{z}_{cr}^*$, en fonction de n et ϕ .

ϕ (°)	n				
	0,2	0,5	1	2	5
20	2,9	3,8	5,8	8,2	12,0
30	1,9	2,5	3,8	6,2	10,0
40	1,2	1,6	2,6	4,9	8,5

On a déterminé les trois courbes de variation de la profondeur critique normalisée, $\bar{z}_{cr}^*$, en fonction de n , pour $\phi = 20^\circ$, $\phi = 30^\circ$ et $\phi = 40^\circ$, respectivement. On a également déterminé les courbes de variation de $\bar{z}_{cr}^*$ en fonction de ϕ , pour $n = 0,2$; $0,5$; $1,0$; $2,0$ et $5,0$. Les deux familles de courbes $(\bar{z}_{cr}^*, n)$ et $(\bar{z}_{cr}^*, \phi)$, représentées dans un double système d'axes, $(nO\bar{z}_{cr}^*)$ et $(\phi O\bar{z}_{cr}^*)$ respectivement, ont permis, par extrapolation, l'extension du domaine des valeurs de l'angle ϕ de 15° jusqu'à 45° , ainsi que l'établissement des courbes $(\bar{z}_{cr}^*, \phi)$ pour d'autres valeurs n , telles $0,8$; $1,5$ et $3,5$.

Les graphiques de variation de la profondeur critique normalisée, $\bar{z}_{cr}^*$, en fonction de n et ϕ sont présentés sur la figure 6. Ces graphiques permettent la détermination, par interpolation, des valeurs $\bar{z}_{cr}^*$ pour n'importe quelle combinaison de n et de ϕ , pour $n \in [0,2 ; 5]$ et $\phi \in [15^\circ ; 45^\circ]$.

La profondeur critique, z_{cr} , déterminée par l'intermédiaire des diagrammes obtenus, est un paramètre caractéristique de l'interaction pieu-sol.

La relation (11) met en évidence l'effet de forme sur la réaction limite en surface, $\bar{p}_{sup}$, par l'intermédiaire de la profondeur critique normalisée, $\bar{z}_{cr}^*$.

4.2

Gradient du module, K_{s0}

Comme indiqué au paragraphe 2, dans le cas d'une section rectangulaire avec $n = 0,5$, il n'y a pas d'effet de forme, c'est-à-dire que le module de réaction, E_s , correspondant à cette section est égal au module de réaction, E_{s0} , correspondant à la section circulaire.

En admettant que l'effet de forme décroît avec la profondeur et devient nul à la profondeur critique, z_{cr} , et tenant compte du fait que $E_s = E_{s0}$ pour $n = 0,5$, on

admet, pour déterminer le gradient du module, K_{s0} , que la courbe $\bar{p}$ - y pour la section rectangulaire avec $n = 0,5$ (définie par la méthode proposée dans cette étude) est identique, à la profondeur z_{cr} , à la courbe $\bar{p}$ - y définie par Reese (1989) pour la section circulaire.

Dans ce qui suit, on exprime le gradient du module, K_{s0} , en fonction du coefficient de gradient du module de réaction, C_{K0} , coefficient de gradient en abrégé, défini par la relation (28).

4.2.1

Coefficient de gradient, C_{K0}

La détermination du coefficient C_{K0} impose la condition d'identité des deux courbes $\bar{p}$ - y aux points caractéristiques. Chaque point caractéristique est défini par le déplacement horizontal, y , et la réaction, $\bar{p}$, correspondante.

Les déplacements horizontaux et les réactions ont été définis tant par les expressions de Reese (1989) que par celles qui sont données au paragraphe 3. Cette procédure, présentée en détail par Radulescu (1998), a permis d'obtenir l'expression suivante pour le coefficient C_{K0} :

$$C_{K0} = 120 (B_s \bar{p}_{cr}^* - 2,1 C_\phi) \quad (37)$$

Comme indiqué plus haut, le module de réaction, E_{s0} , dépend, entre autres, de la rigidité relative, l/l_0 , du système pieu-sol ; les valeurs E_{s0} augmentent si le rapport l/l_0 augmente, pour un angle ϕ donné. Conformément aux définitions du gradient du module, K_{s0} , et du coefficient de module, C_{K0} , celui-ci dépend nécessairement de la rigidité relative.

D'après les hypothèses de calcul sur lesquelles est basée la procédure d'obtention de la relation (37), les valeurs C_{K0} correspondent au cas où $l/l_0 = 2,2$, limite inférieure pour les pieux souples. L'influence de la rigidité relative sur les valeurs C_{K0} peut être prise en compte par :

$$(C_{K0})_{\max} = \lambda (C_{K0})_{\min} \quad (38)$$

où : $(C_{K0})_{\max}$, coefficient du module maximal, $(K_{s0})_{\max}$, correspondant à la rigidité relative $l/l_0 = 9,2$;

$(C_{K0})_{\min}$, coefficient du module minimal, $(K_{s0})_{\min}$, correspondant à la rigidité relative $l/l_0 = 2,2$ déterminé selon la relation (37) ;

λ , coefficient de rigidité relative, obtenu à partir des résultats de l'étude théorique tridimensionnelle de Baguelin *et al.* (1979) :

FIG. 6 Profondeur critique z_{cr}^* en fonction du rapport n et de l'angle ϕ .

$$\lambda = \frac{E_{s0}^{\max}}{E_{s0}^{\min}} = 1,82$$

Les valeurs $C_{K0'}$ calculées par les relations (37) et (38) pour différentes valeurs ϕ , sont présentées dans le tableau III.

TABEAU III Valeurs du coefficient du gradient, $C_{K0'}$, en fonction de l/l_0 et ϕ .

l/l_0	ϕ (°)						
	15	20	25	30	35	40	45
	C_{K0}						
2,2	170	245	347	525	794	1 318	2 344
9,2	309	447	631	955	1 446	2 399	4 266

4.2.2

Détermination du gradient du module, K_{s0}

Le gradient de module, $K_{s0'}$, est déterminé en fonction de C_{K0} et du poids volumique γ . Le tableau IV compare les valeurs de $(K_{s0'})_{\text{med}}$, $(K_{s0'})_{\text{min}}$ et $(K_{s0'})_{\text{max}}$ recommandées dans la littérature à celles calculées par la présente méthode.

Il faut remarquer :

- qu'il faut comparer les valeurs obtenues pour $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ avec les valeurs de Reese et Allen (1977) au-dessus de la nappe et les valeurs obtenues pour $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ avec les valeurs de Reese et Allen (1977) au-dessous de la nappe ;
- que les valeurs K_{s0} recommandées dans la littérature dépendent exclusivement des caractéristiques géotechniques du sol ;
- que les valeurs K_{s0} calculées ici dépendent tant des caractéristiques géotechniques que de la rigidité relative du système pieu-sol ; les valeurs l/l_0 ayant un intérêt pratique se situent dans un intervalle plus restreint, à savoir $l/l_0 \in [3,3 ; 6,3]$.

TABEAU IV Valeurs $(K_{s0'})_{\text{med}}$, $(K_{s0'})_{\text{min}}$, $(K_{s0'})_{\text{max}}$.

Auteur	K_{s0} (kN/m ³)			Notes
	$(K_{s0'})_{\text{med}}$	$(K_{s0'})_{\text{min}}$	$(K_{s0'})_{\text{max}}$	
Reese et Allen (1977)	30 733*	6 800	61 000	Au-dessus de la nappe
	18 533*	5 400	33 900	En dessous de la nappe
Solétanche (1982)	26 700*	7 900	58 800	
Rădulescu (1998)	21 770*/26 900***	3 400/3 750**	85 320/66 400***	$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
	10 885*/13 450****	1 700/1 875**	42 660/33 200***	$\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$

* Valeurs déterminées comme moyenne arithmétique de toutes les valeurs recommandées.

** Valeurs pour $l/l_0 = 3,3$.

*** Valeurs pour $l/l_0 = 6,3$.

**** Valeurs moyennes déterminées pour $l/l_0 \in [3,3 ; 6,3]$.

4.3

Gradient du module, K_s

Le gradient du module, $K_{s'}$, pour les sections rectangulaires avec $n \in [(0,2 ; 0,5) \cup (0,5 ; 5)]$, est défini en fonction du gradient K_{s0} par l'intermédiaire du facteur global de forme, r (voir Fig. 1) :

$$K_s = r K_{s0} \quad (39)$$

Comme dans le cas de $K_{s0'}$, le gradient du module, $K_{s'}$, est déterminé par l'intermédiaire du coefficient de gradient, C_K .

4.3.1

Coefficient de gradient, C_K

En reportant la relation (28) dans la relation (39), on obtient l'expression du coefficient de gradient, C_K :

$$C_K = r C_{K0} \quad (40)$$

où r et C_{K0} sont définis en fonction de la rigidité relative, l/l_0 , comme suit :

- $l/l_0 = 2,2$: $r = r'$ (voir Fig. 1)

$$C_{K0} = (C_{K0})_{\text{min}} \text{ selon la relation (37)}$$

- $l/l_0 = 9,2$: $r = r''$ (voir Fig. 1)

$$C_{K0} = (C_{K0})_{\text{max}} \text{ selon la relation (38)}$$

L'influence de la rigidité relative, l/l_0 , sur le coefficient, C_K , peut être généralement exprimée par :

$$(C_K)_{\text{max}} = \lambda' (C_K)_{\text{min}} \quad (41)$$

où : λ' , coefficient général de rigidité relative ; $\lambda' = \lambda \frac{r''}{r'}$.

Dans le cas particulier de la section circulaire ou rectangulaire avec $n = 0,5$, $\lambda' = \lambda$ parce que $r'' = r'$ et donc la relation (41) est identique à la relation (38).

Le tableau V présente les valeurs C_K calculées selon la relation (40).

On constate que la gamme des valeurs C_K obtenues est très étendue. Le rapport entre la valeur maximale, $(C_K)_{\text{max}}$, correspondant à $\phi = 45^\circ$, $n = 5$ et $l/l_0 = 9,2$ et la valeur minimale, $(C_K)_{\text{min}}$, correspondant à $\phi = 15^\circ$, $n = 0,2$ et $l/l_0 = 2,2$ est égal à 43,7. Pour cette raison, on a choisi de présenter sur la figure 7 les valeurs de $\log C_K$ en fonction de n , ϕ et l/l_0 .

TABEAU V Valeurs du coefficient du gradient, C_K , en fonction de l/l_0 et ϕ .

		$\phi(^{\circ})$			
n	15	30	45		M_0
C_1					
0,2	162	501	2 239		2,2
	289	891	3 981		9,2
1	179	558	2 471		2,2
	346	1 054	4 708		9,2
5	229	714	3 162		2,2
	513	1564	7 079		9,2

Pour toute combinaison ($n, \phi, l/l_0$) où $n \in [0,2 \text{ à } 5,0]$, $\phi \in [15^\circ \text{ à } 45^\circ]$ et $l/l_0 \in [2,2 \text{ à } 9,2]$, la valeur C_K correspondante se trouve dans le domaine délimité par les deux courbes représentées sur la figure 7.

La relation entre $\log C_K$ et n, ϕ et l/l_0 est de type hyperbolique :

$$\log C_{K0} = A_0 \cdot e^{n \cdot B_0} \cdot n^C \quad (42)$$

où : $A_0 = 3,63 - 0,037 \cdot \Delta(l/l_0) - 1,557 \cdot \Delta \tan \phi$

$B_0 = [0,01 - 5,7 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta(l/l_0)] \cdot (1 + 0,8 \cdot \Delta \tan \phi)$

$C = 0,006$

avec $\Delta(l/l_0) = (l/l_0)_{\max} - (l/l_0)$

où : $(l/l_0)_{\max} = 9,2$

$(l/l_0)_r$, rigidité relative de calcul

$\Delta \tan \phi = \tan \phi_{\max} - \tan \phi$

où : $\phi_{\max} = 45^\circ$

ϕ_r , angle de calcul

$\phi_r = \phi$, pour un pieu à section circulaire à z quelconque

ϕ_r , pour pieu à section non circulaire à $z = z_{cr}$

ϕ , angle de frottement

La valeur du coefficient de module, C_K , est déterminée de manière graphique (Fig. 7) ou numérique (relation 42) pour toute combinaison de valeurs ($n, \phi, l/l_0$).

FIG. 7 Graphiques des valeurs du coefficient du gradient du module de réaction.

C_K dépendant de (l/l_0) et la longueur de transfert, l_0 , dépendant elle-même de C_K (voir ci-dessous), C_K est déterminé par une procédure itérative, car la valeur l_0 n'est pas connue *a priori*.

4.3.2

Détermination du gradient du module, K_s

Le gradient du module, K_s , est calculé en fonction de C_K et du poids volumique, γ .

Le tableau VI présente les valeurs extrêmes de K_s , correspondants à $n = 0,2$ et $l/l_0 = 2,2$ et à $n = 5$ et $l/l_0 = 9,2$, pour $\phi = 15^\circ$ et $\phi = 45^\circ$ respectivement.

TABEAU VI Valeurs du gradient du module, K_s , pour $\Phi = 15^\circ$ et $\Phi = 45^\circ$.

n	l/l ₀	Φ (°)		γ (kN/m ³)
		15	45	
Ks (kN/m ³)				
0,2	2,2	3 240	44 780	20
5	9,2	10 260	141 580	
0,2	2,2	1 620	22 390	10
5	9,2	5 130	70 790	

Le tableau VII présente les valeurs moyennes, $(K_s)_{med}$ et $(K_{s0})_{med}$, déterminées d'après les valeurs K_s et K_{s0} calculées.

TABEAU VII Valeurs moyennes du gradient du module, $(K_s)_{med}$ et $(K_{s0})_{med}$.

Au-dessus de la nappe (K_s) _{med}	En dessous de la nappe (K_{s0}) _{med}	Observations
49 960 kN/m ³	24 980 kN/m ³	Moyenne des valeurs calculées K_s
44 360 kN/m ³	22 180 kN/m ³	Moyenne des valeurs calculées K_{s0}

En analysant les valeurs présentées dans les tableaux IV, VI et VII, on constate que, bien que l'intervalle des valeurs calculées K_s soit bien plus grand que l'intervalle des valeurs calculées K_{s0} , la moyenne des valeurs de $(K_s)_{med}$ est seulement d'environ 13 % supérieure à la moyenne des valeurs de $(K_{s0})_{med}$.

Les valeurs de K_s mettent en évidence tant l'effet de forme de la section transversale que celui de rigidité relative et $K_{s\max}/K_{s\min} = 43,7$, alors que les valeurs de K_{s0} ne sont influencées que par la rigidité relative et $K_{s0\max}/K_{s0\min} = 25,1$.

4.4

Longueur de transfert, l_0

La longueur de transfert, l_0 , est définie par la relation :

$$l_0 = \sqrt[4]{\frac{4E_p I_p}{E_s}} \quad (43)$$

Dans la relation (43), E_s est présumé constant avec la profondeur. Dans ce cas, le module E_s s'exprime par :

$$E_s = k_s \cdot B \quad (44)$$

où : k_s , coefficient de réaction Winkler.

Comme l'hypothèse de E_s constant n'est acceptable que dans des cas particuliers, on utilise habituellement une variation linéaire du module E_s avec la profondeur z :

$$E_s = K_s \cdot z \quad (45)$$

Afin de définir la longueur de transfert, l_0 , on utilise le module moyen, $E_{s,med}$:

$$E_{s,med} = K_s \cdot z_s \quad (46)$$

où : z_s est la profondeur spécifique définie par la condition d'équivalence entre la relation (44) et la relation (45).

On observe dans les expérimentations que la profondeur d'influence, z_p , égale à la longueur efficace, longueur du pieu qui participe effectivement à la reprise des efforts horizontaux, est d'environ 10 B. Ceci permet alors d'écrire la relation suivante entre z_1 et z_{cr} :

$$z_1 \sim 2 z_{cr} \quad (47)$$

$E_{s,med}$ représentant la moyenne des valeurs E_s correspondant aux profondeurs $z = 0$ (niveau du terrain naturel) et $z = z_p$, il en résulte, selon les relations (46) et (47), que la profondeur spécifique, z_s , répond à la relation :

$$z_s = z_p/2 = z_{cr} \quad (48)$$

En remplaçant, dans la relation (46), les relations (28) et (48), on obtient alors pour $E_{s,med}$:

$$E_{s,med} = C_K \cdot \gamma \cdot z_{cr} \quad (49)$$

Il faut préciser que, dans le cas de la section circulaire, $E_{s0,med}$ est calculé en fonction de C_{K0} .

Le module moyen de réaction, $E_{s,med}$, en fonction duquel est calculée la longueur de transfert, l_0 , sera nommé simplement, par la suite, module de réaction, E_s .

En remplaçant, dans la relation (43) la relation (49), la longueur de transfert, l_0 , s'exprime alors sous la forme :

$$l_0 = \sqrt[4]{\frac{4E_p I_p}{C_K \cdot \gamma \cdot z_{cr}}} \quad (50)$$

En analysant la relation (50), on constate que la longueur de transfert, l_0 , dépend des facteurs suivants :

- dimensions géométriques de la section transversale, par B et I_p ;
- forme de la section transversale, par z_{cr} et C_K ;
- caractéristique de déformabilité du matériau avec lequel est fabriqué le pieu, par E_p ;

- caractéristiques géotechniques du sol, γ et ϕ , par C_K et z_{cr} ;
- rigidité relative, l/l_0 , par C_K .

Comme il a été déjà précisé, le coefficient de gradient, C_K , dépend de la rigidité relative, l/l_0 , qui dépend à son tour de C_K par l_0 . Compte tenu de ceci, la longueur de transfert, l_0 , est déterminée par une procédure itérative, car la valeur C_K n'est pas connue *a priori*. La procédure itérative est décrite en détail par Radulescu (1998). La convergence est habituellement obtenue avec quatre itérations, au plus.

5

Étapes de calcul. Méthodologie

On récapitule ci-dessous les différentes étapes de la construction d'une courbe de réaction $\bar{p}$ - y à niveau donné, suivant les résultats théoriques présentés dans le présent article.

5.1

Données d'entrée

Le pieu est défini par : B , L , n , I , $E_p I_p$ et le sol caractérisé par : ϕ , γ .

5.2

Détermination des paramètres caractéristiques d'interaction

- 1) Profondeur critique, z_{cr}
 z_{cr}^* est donné par la figure 6 en fonction de n et ϕ et $z_{cr} = z_{cr}^* \cdot B$
- 2) Coefficient de gradient, C_K
a) On suppose une rigidité relative initiale, $(l/l_0)_0 = 2,2$
b) $(C_K)_0$ est calculé par la relation (42) ou la figure 7 en fonction de n , ϕ et $(l/l_0)_0$
- 3) Longueur de transfert, $(l_0)_0$
 $(l_0)_0$ est donné par la relation (50) en fonction de $E_p I_p$, γ , z_{cr} et $(C_K)_0$
- 4) Rigidité relative, $(l/l_0)_1$

Les étapes 2.b et 3 sont répétées jusqu'à la vérification de la condition de convergence :

$$\frac{(l/l_0)_i - (l/l_0)_{i-1}}{(l/l_0)_i} \cdot 100 \leq 2 \% \quad (51)$$

où : $(l/l_0)_i$, rigidité relative obtenue dans l'itération courante, i ;

$(l/l_0)_{i-1}$, rigidité relative obtenue dans l'itération antérieure, $i-1$;

A convergence, à l'itération i , on obtient $(C_K)_i$.

- 5) Gradient du module global, K_s

K_s est obtenu par : $K_s = (C_K)_i \cdot \gamma$; relation (28).

5.3

Détermination des courbes de réaction globales pour les pieux à section carrée ou rectangulaire (barrettes)

5.3.1

Détermination des déplacements horizontaux caractéristiques aux courbes $\bar{p}$ - y

- 1) Déplacement horizontal, y_k
 y_k^* est obtenu par la relation (29) en fonction de n , C_K , C_s et $\bar{r}$, C_s étant défini par la relation (14) en fonction de K_0 et ϕ et $\bar{r}$ par la figure 1

et $y_k = y_k^* \cdot B$

- 2) Déplacement horizontal, y_e
 ω_e est déterminé grâce à la figure 4 en fonction de n , ϕ , z et z_{cr}

et $y_e = \omega_e \cdot y_k$

- 3) Déplacement horizontal limite, y_u
 ω_u est déterminé grâce à la figure 5 en fonction de n , ϕ , z et z_{cr}

et $y_u = \omega_u \cdot y_e = \omega_u \cdot \omega_e \cdot y_k$

Le tableau VIII compare les valeurs des déplacements normalisés y_k^* , y_e^* et y_u^* et des déplacements relatifs ω_e et ω_u indiquée par Reese (1989) à celles calculées par la présente méthode.

5.3.2

Détermination des réactions totales caractéristiques aux courbes $\bar{p}$ - y

- 1) Réaction globale, $\bar{p}_k$
 $\bar{p}_k$ est donnée par la relation (23) en fonction de K_s , z et y_k

- 2) Réaction globale, $\bar{p}_e$
 $\bar{p}_e$ est déterminée par :
 $\bar{p}_e = \bar{p}_{lat,e} + \bar{p}_{fr,e}$
où : $\bar{p}_{fr,e}$ est déterminée par la relation (18) en fonction de B_s et $\bar{p}_{lim}$ (voir § 2)

- 3) Réaction globale ultime, $\bar{p}_u$
 $\bar{p}_u$ est calculée par :
 $\bar{p}_u = \bar{p}_{lat,u} + \bar{p}_{fr,u}$

TABLEAU VIII Valeurs de y_k^* , y_e^* , y_u^* , ω_e , ω_u .

Auteur	y_k^*	y_e^*	y_u^*	ω_e	ω_u	Notes
Reese (1989)	0,001 à 0,01	0,0166	0,0375	1,7 à 17	2,25	pieux à section circulaire
Rădulescu (1998)	0,001 à 0,01	0,01 à 0,02	0,013 à 0,06	1 à 20	1,3 à 3	$n \in [0,2 ; 5]$

où : $\bar{p}_{lat,u}$ est donnée par la relation (15) en fonction de n , B , γ , z et C_ϕ .

$\bar{p}_{fr,u}$ est prise égale à la réaction ultime, $\bar{p}_u$, définie pour les sections circulaires (voir § 2).

6

Conclusion

On propose une méthode théorique qui permet la détermination des principaux paramètres caractéristiques de l'interaction entre le sol de fondation et les pieux chargés horizontalement. Ces paramètres sont la profondeur critique, le module de réaction, E_s (ou le gradient du module de réaction, K_s) et la longueur de transfert, l_ϕ , ces deux derniers étant définis par une procédure itérative en fonction des caractéristiques géométriques du pieu (dimensions et forme de la section transversale) et des caractéristiques géotechniques du

sol. Ces paramètres caractérisent globalement le comportement du système sol-pieu.

L'effet de la forme non circulaire de la section transversale influence non seulement les paramètres caractéristiques d'interaction mais aussi les courbes de mobilisation de la réaction $\bar{p}$, en fonction du déplacement horizontal, y .

On présente la méthodologie de construction des courbes $\bar{p}$ - y dans le cas des pieux à section carrée ou rectangulaire (barrettes).

Afin de valider les principes théoriques, ainsi que la méthodologie présentée concernant l'obtention des paramètres caractéristiques d'interaction sol-pieux, les résultats expérimentaux obtenus sur des pieux circulaires et des barrettes en vraie grandeur, chargés horizontalement, ont été utilisés. La confrontation entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par les calculs sera présentée dans un deuxième article. Elle confirme la validité des bases théoriques et des solutions analytiques et résultats numériques présentés ici.

Bibliographie

- Baguelin F., Carayannacou-Trezos S., Frank R. – « Réaction latérale des pieux : effets de forme et effets tridimensionnels », *Bull. Liaison LPC*, 104, nov.-déc., 1979, p. 33-47.
- Jamiolkowski M., Garassino A. – « Soil modulus for laterally loaded piles », *Proc. 9th ICSMFE*, vol. 4, Tokyo, 1977, p. 43-55.
- Rădulescu N. – *Fundatii de adâncime. Parametri caracteristici de interacțiune*. București, Editura Conspress, 1998, p. 176.
- Reese L.C. – « Ultimate resistance against a rigid cylinder moving laterally in a cohesionless soils », *Journal of the Society of Petroleum Engineers*, 1962, p. 355.
- Reese L.C., Allen J.D. – « Laterally loaded piles : Program Documentation », *Journal of Geotech. Eng. Div., ASCE*, vol. 103, GT4, 1977, p. 287-305.
- Reese L.C. (1989) – *Analysis of piles subjected to lateral loading*. Lectures notes, University of Texas, Austin, november, 1989, 298 p.
- Soletanche Design Criteria – *Permanent Ground Anchors*, Final Report n°. FHWA/RD-81/150, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Sept., 1982, p. 18-22.
- LPILEPLUS* – Ensoft, Inc. Austin, Texas, 1990.