

NOTE TECHNIQUE / TECHNICAL NOTE

Note sur les calculs de stabilité des talus avec surface de rupture polygonale

Jean-Louis Durville*

JLD-Consultant, Paris, France

Résumé – Les méthodes de calcul classiques en rupture non circulaire ne prennent pas en compte l'existence de déformations ou de ruptures internes à la masse déstabilisée. Dans le cas d'une rupture bi-plane, nous comparons les facteurs de sécurité obtenus au moyen de deux telles méthodes (perturbations et Bishop) avec celui obtenu par un calcul à deux blocs et trois plans de rupture. Les différences peuvent être significatives, ce d'autant plus que les deux plans de la surface basale forment un angle prononcé.

Mots clés : stabilité des pentes / facteur de sécurité / surface de rupture non circulaire / méthode de blocs

Abstract – **Note upon slope stability analysis with a polygonal failure surface.** Classical slope stability methods of analysis with non-circular failure surface do not take into account the ruptures or strains that appear inside the sliding mass. In case of a two-plane failure surface, we evaluate the safety factors issued from two of these methods (perturbations method and Bishop method of slices) and from a two-block analysis with three failure planes. The results may be quite different, particularly if the two planes of the basal surface form a significant angle.

Keywords: slope stability / factor of safety / non circular failure surface / wedge method

Les méthodes d'équilibre–limite sont les plus répandues dans les études de stabilité des talus (Durville et Sève, 1996). Les surfaces de rupture les plus simples sont planes ou cylindriques circulaires (courbes de rupture rectilignes ou circulaires en 2D), avec lesquelles les méthodes de calcul courantes donnent toute satisfaction aux ingénieurs, même si les théoriciens soulignent que le coefficient de sécurité obtenu peut être, suivant les cas, une approximation par excès ou par défaut du « bon » coefficient de sécurité. On utilise aussi couramment d'autres formes de profils, en négligeant le fait que le mouvement, qui ne se réduit alors ni à une translation ni à une rotation, est incompatible avec le déplacement rigide de la portion de sol déstabilisée et suppose donc de fortes déformations ou des ruptures internes.

De fait, il est connu depuis longtemps que, pour des glissements en forme de « chaise », des ruptures secondaires apparaissent dans le corps du glissement, produisant typiquement un « graben » en tête (Figs. 1–3 Fig. 1-3). La Figure 1 présente la coupe du glissement du Bouffay (Calvados) survenu sur la côte de la Manche en 1981 ; la surface de rupture basale se situe dans les premiers niveaux des Marnes de Port-en-Bessin (MP) surmontant des niveaux calcaires. Une coupe typique de glissements normands, qualifiés par Colas et Pilot (1976) de « glissements par suppression de butée et effondrement », est donnée sur la Figure 2 ; la rupture est liée à la présence de la couche argileuse basale. La Figure 3 illustre la nécessité de ruptures internes dans le cas de surfaces non circulaires.

Si la morphologie des glissements avec « graben » en tête est bien connue, elle n'est très généralement pas prise en compte dans les calculs de stabilité. L'objectif visé ici est d'examiner si l'utilisation d'outils de calculs classiques en rupture non circulaire, pour des glissements de ce type, ne peut pas conduire, dans certains cas, à des erreurs significatives sur le coefficient de sécurité, compte tenu de l'incompatibilité cinématique relevée ci-dessus. À cet effet, nous emploierons comme méthode de référence un simple calcul de blocs, qui relève de l'approche « par l'extérieur » du calcul à la rupture (Salençon, 1983) ; cependant, nous ne chercherons pas systématiquement à atteindre une valeur optimale du coefficient de rupture du talus. Rappelons que dans cette approche, on cherche des majorants du coefficient de sécurité. Une méthode consiste à prédéfinir une ou des surfaces de rupture (en glissement) délimitant un volume de terrain : si le talus est stable, il existe une distribution de contraintes (σ , τ) le long de ces surfaces, ne franchissant pas le critère de rupture et équilibrant le poids du terrain ; si une telle distribution est impossible à trouver, il y a instabilité ; la limite entre les deux situations fournit un majorant du coefficient de sécurité (Donald et Chen, 1997).

1 Le modèle et les méthodes de calcul

Nous choisissons un modèle très simple de talus de hauteur H et d'angle β , dans un terrain homogène de poids volumique γ , sans nappe (Fig. 4). Nous travaillons en 2D en considérant

* Auteur de correspondance : jean-louis.durville@wanadoo.fr

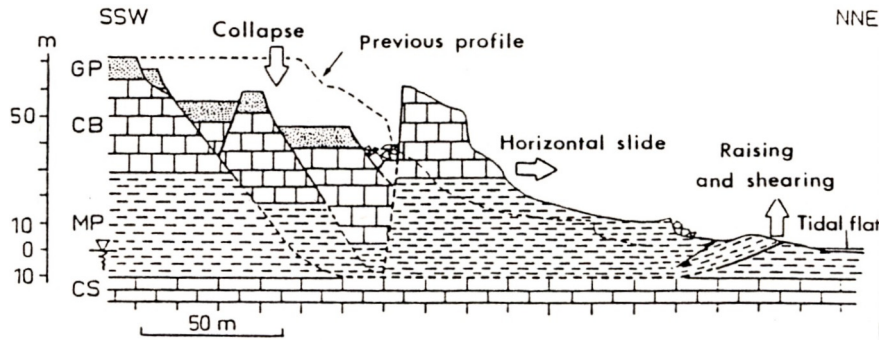


Fig. 1. Glissement du Bouffay, Calvados (d'après Maquaire *et al.*, 1984).
Fig. 1. The Le Bouffay landslide, Calvados (from Maquaire *et al.*, 1984).

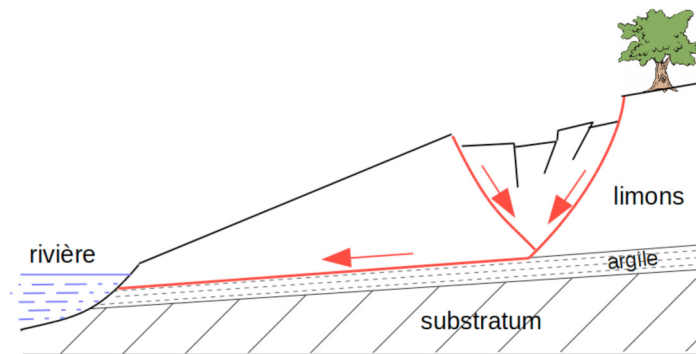


Fig. 2. Glissement avec formation d'un « graben » (d'après Colas et Pilot, 1976).
Fig. 2. A landslide forming a "graben" (from Colas and Pilot, 1976).

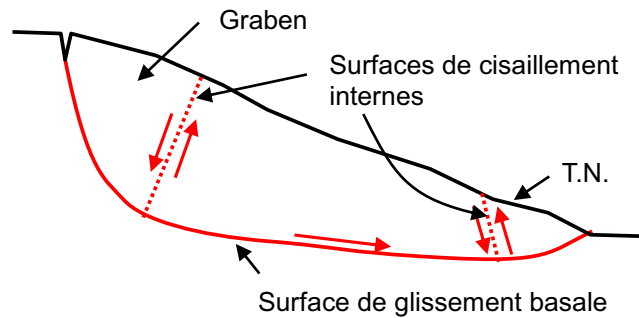


Fig. 3. Cisaillements internes typiques permettant le mouvement d'un glissement non circulaire (d'après Hutchinson, cité dans Fell *et al.*, 2000).
Fig. 3. Non-circular landslide with internal shear planes (from Hutchinson, quoted in Fell *et al.*, 2000).

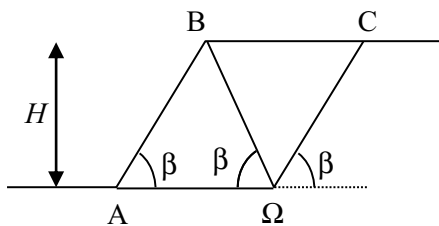


Fig. 4. Talus de pente variable.
Fig. 4. Slope with variable slope angle.

une tranche de 1 m d'épaisseur. Nous évaluons le coefficient de sécurité sur une surface de rupture principale formant en coupe la ligne AΩC, les triangles AΩB et BΩC étant isocèles et égaux. Deux méthodes de calcul classiques sont utilisées : méthode des perturbations et méthode de Bishop. En comparaison, nous avons évalué le coefficient de sécurité suivant un mécanisme de rupture à deux blocs.

1.1 La méthode des perturbations

La méthode des perturbations (Blondeau, 1976 ; Faure, 2000) est une méthode de type global, dans laquelle on écrit

Tableau 1. Résultats des calculs de stabilité (paramètre k tel que : $F = k c / \gamma H$) pour le modèle de la Figure 4. Cas purement cohérent.
Table 1. Results of the slope stability analysis (parameter k). Slope profile of Figure 4. Purely cohesive soil.

β (°)	20	30	40	50	60	70
Deux blocs	17,21	11,55	8,83	7,42	6,93	7,68
Perturbations	17,65	12,24	9,84	8,85	9,01	10,98
Bishop	17,92	12,62	10,28	9,28	9,24	10,48

Tableau 2. Résultats des calculs de stabilité (paramètre k) pour le modèle de la Figure 4. Cas purement frottant.
Table 2. Results of the slope stability analysis (parameter k). Slope profile of Figure 4. Purely frictional soil.

β (°)	20	30	40	50	60	70
Deux blocs	11,26	7,34	5,33	4,09	3,24	2,61
Perturbations	11,58	7,85	6,07	5,14	4,77	5,11
Bishop	11,81	8,22	6,63	5,97	6,03	7,15

l'équilibre du bloc de sol $A\Omega CB$ soumis à son poids et aux contraintes normales et tangentielles sur la surface $A\Omega C$:

- la contrainte normale σ est une perturbation de la contrainte de Fellenius ; en un point de la courbe de rupture, si α est son inclinaison et si h est l'épaisseur (verticale) de terrain, on suppose que : $\sigma = \gamma h \cos^2 \alpha (\lambda + \mu \tan \alpha)$, où λ et μ sont deux paramètres à déterminer ;
- la contrainte tangentielle τ est la contrainte maximale à la rupture, réduite par le coefficient de sécurité F : $\tau = (c + \sigma \tan \varphi) / F$, pour un sol caractérisé par une cohésion et un angle de frottement (c, φ).

Les trois équations d'équilibre – résultantes horizontale et verticale et moment – permettent de résoudre ce système à trois inconnues λ, μ et F . La méthode est mise en œuvre dans des codes de calcul du commerce largement utilisés.

1.2 La méthode de Bishop

Bien connue en rupture circulaire, la méthode de Bishop est une méthode de tranches qui peut être sans difficulté utilisée en rupture non circulaire. L'équilibre d'une tranche conduit à la formule classique donnant la contrainte normale à l'abscisse x (on néglige les forces d'interaction verticales entre tranches) :

$$\sigma = \frac{\gamma h - \frac{c}{F} \tan \alpha}{1 + \frac{\tan \varphi \tan \alpha}{F}}$$

où h et α sont fonctions de x . L'équation exprimant la nullité du moment résultant en un point permet de calculer F . Dans les calculs effectués ici, compte tenu de la géométrie très simple, on a évalué directement les intégrales le long de la ligne de rupture, sans discrétiser en tranches.

1.3 La méthode des blocs

À la différence des méthodes précédentes, nous prenons en compte ici une rupture interne à la masse qui glisse. Pour simplifier, nous la choisissons selon ΩB , formant deux blocs en triangle isocèle ΩAB et ΩBC (Fig. 2). Nous considérons un mécanisme de rupture où le bloc ΩAB glisse à l'horizontale sur

ΩA et le bloc ΩBC glisse suivant ΩC ; cela s'accompagne nécessairement d'un glissement relatif le long de ΩB , la pointe du triangle supérieur s'écrasant en Ω . Les trois plans de rupture ont les mêmes résistances au cisaillement (c, φ).

Il s'agit d'un mécanisme où les blocs sont en translation, sans rotation. Il suffit donc d'écrire que la résultante des efforts dans chaque bloc est nulle, sans se préoccuper des moments. Nous avons donc les équations d'équilibre (dans un plan vertical) :

- du bloc supérieur (bloc 1, moteur), soumis à son poids W_1 , aux réactions N_1 et T_1 sur le plan ΩC et aux réactions N_{12} et T_{12} sur ΩB : deux équations ;
- du bloc inférieur (bloc 2, résistant), soumis à son poids W_2 , aux réactions N_2 et T_2 sur le plan ΩA et aux réactions $-N_{12}$ et $-T_{12}$ sur ΩB : deux équations.

Et nous écrivons que les trois surfaces sont en glissement : $T_i = (cL + N_i \tan \varphi) / F$.

Nous avons donc sept inconnues et sept équations, ce qui permet de déterminer F .

2 Résultats des calculs

Dans le cas purement cohérent, les résultats des calculs sont donnés dans le Tableau 1, qui fournit la valeur du paramètre k tel que : $F = k c / \gamma H$. La cohésion c est la même sur les trois lignes de rupture.

Dans le cas purement frottant, le Tableau 2 donne la valeur du paramètre k tel que : $F = k \tan \varphi$. L'angle φ est l'angle de frottement sur les trois plans du modèle.

3 Synthèse des calculs

Le coefficient de sécurité F obtenu par la méthode des blocs est toujours inférieur aux coefficients obtenus par les deux autres, avec des rapports qui peuvent aller du simple au double. Les deux coefficients F obtenus par les deux méthodes en rupture non circulaire sont en général assez proches. L'écart entre la méthode des blocs et les deux autres croît avec l'angle β : plus l'angle ($\pi - \beta$) que forme la ligne de rupture en Ω devient marqué (aigu), plus la sollicitation de la ligne de rupture

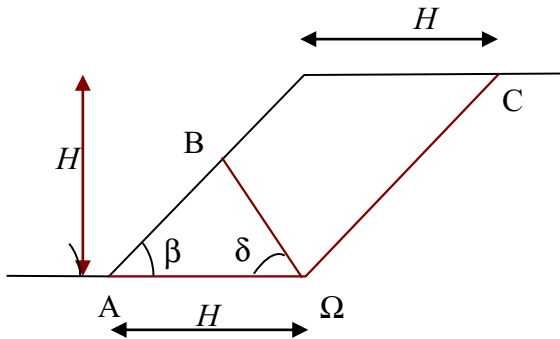


Fig. 5. Talus à deux blocs avec discontinuité interne oblique.
Fig. 5. Two-block slope with an internal oblique discontinuity.

ΩB est importante dans le modèle à blocs, plus une hypothèse « monobloc » est irréaliste. Notons que, selon les méthodes classiques, le coefficient de sécurité n'est pas minimal pour la pente de talus la plus forte, mais pour une pente intermédiaire.

4 Modèle modifié

Pour évaluer la généralité des résultats précédents, un autre modèle a été testé, avec talus à $\beta = 45^\circ$ et trois discontinuités délimitant deux blocs (Fig. 5) ; le pendage de la discontinuité ΩB est d'angle δ , l'emplacement du point B pouvant varier sur le talus.

Le Tableau 3 présente les résultats obtenus avec les différentes méthodes de calcul :

- calcul en milieu discontinu (deux blocs) à l'équilibre limite : le mécanisme de rupture est le glissement du bloc de droite sur la discontinuité ΩC accompagné du glissement horizontal du bloc de gauche sur ΩA ;
- calcul par méthode de tranches (Bishop simplifiée, non circulaire : glissement sur $A\Omega C$) ;
- calcul par méthode des perturbations (glissement sur $A\Omega C$).

Ces résultats confirment que le calcul par équilibre-limite d'un bloc unique (méthodes 2 et 3) fournit un coefficient de sécurité optimiste par rapport à la méthode des blocs.

5 Discussion

Les résultats des calculs à deux blocs présentés ci-dessus ont été réalisés avec des caractéristiques de résistance au cisaillement identiques le long des trois lignes de rupture ΩA , ΩB et ΩC . Avec le premier modèle et un talus de 20° par exemple (Fig. 4), les différentes méthodes donnent des coefficients de sécurité qui restent dans une fourchette de 5 %, ce qui peut être acceptable. Pour $\beta = 30^\circ$, l'écart atteint 10 à 12 % et il augmente avec la pente β . En ce qui concerne une méthode de tranches comme la méthode de Bishop, l'absence de prise en compte de glissements inter-tranches peut fournir une explication (Krahn, 2003) ; mais la méthode des perturbations – qui n'est pas une méthode de tranches – présente le même défaut.

Dans un terrain assimilable à un milieu continu, homogène et isotrope, la surface de rupture critique est plutôt de type circulaire et le coefficient de sécurité du talus est inférieur à celui obtenu avec un mécanisme à deux blocs. Par exemple, en

Tableau 3. Résultats des calculs de stabilité (coefficient de sécurité F) pour le modèle de la Figure 5.

Table 3. Results of the slope stability analysis (factor of safety F). Slope profile of Figure 5.

Méthode de calcul	1	2	3
F (cas purement frottant)	$2,8 \operatorname{tg}\varphi^a$	$2,9 \operatorname{tg}\varphi$	$3 \operatorname{tg}\varphi$
F (cas purement cohérent)	$6,3 c/\gamma H^b$	$6,8 c/\gamma H$	$7 c/\gamma H$

^a Valeur pour $\delta = 90^\circ$, non optimisée.

^b Avec optimisation, qui conduit à δ voisin de 45° .

terrain purement cohérent (Tableau 1) :

$$\beta = 60^\circ F(2 \text{ blocs}) \approx 6,9 c/\gamma H \quad F(\text{circulaire}) \approx 5,3 c/\gamma H,$$

$$\beta = 40^\circ F(2 \text{ blocs}) \approx 8,8 c/\gamma H \quad F(\text{circulaire}) \approx 5,5 c/\gamma H.$$

De même, en sol purement frottant, le coefficient de sécurité vis-à-vis du glissement plan est donné par : $F = \operatorname{tg}\varphi / \operatorname{tg}\beta$, valeur inférieure à celle obtenue avec le mécanisme à deux blocs.

Les calculs par blocs présentés ici ne sont donc pas pertinents dans un terrain homogène, isotrope et continu (sol, ou encore massif rocheux très fracturé, sans famille de discontinuités majoritaire), pour lequel il n'y a pas de raison de prendre en compte une surface de rupture bi-plane.

Mais dans un cas comme celui des Figures 1 ou 2, la présence d'un *substratum* rocheux ou d'une couche à faible résistance peut conduire à considérer une forme de rupture qui suit l'interface avec le *substratum* ou la couche faible sur une certaine longueur. Le cas de sols anisotropes, dont la résistance au cisaillement sur des plans voisins de l'horizontale est plus faible que pour d'autres orientations, peut aussi justifier de prendre en compte des surfaces bi-planes ; un cas extrême étant celui où une couche à la base subit une liquéfaction partielle ou totale (sable saturé sous sollicitation sismique, argile sensible déstructurée).

Dans le cas d'un terrain rocheux altéré et très fracturé, assimilable à un matériau continu, quelques discontinuités bien exprimées peuvent créer des surfaces de faiblesse. La Figure 4 peut ainsi représenter une configuration où une discontinuité à faible pendage vient guider la rupture à la base, tandis qu'une seconde famille à fort pendage est présente à l'arrière. Il est alors justifié de prendre en compte, pour étudier la stabilité du talus, une surface basale telle que la surface $A\Omega C$ de la Figure 4. Les calculs qui précèdent montrent que, avec des pentes de talus de 40° ou 50° par exemple, si une troisième discontinuité telle que ΩB est présente, le modèle à deux blocs fournit des valeurs de F qui peuvent être de 30 à 40 % inférieures à celles obtenues par les méthodes classiques, qui surévaluent donc largement le coefficient de sécurité.

Ainsi, dans un terrain présentant des surfaces de rupture guidées par une anisotropie, par des interfaces ou par des discontinuités, on peut se trouver dans une configuration où le mécanisme critique est proche du mécanisme à deux blocs et les calculs qui précèdent montrent qu'il peut être inapproprié d'utiliser les outils de calcul classiques en rupture non

circulaire, avec une surface de glissement bi-plane, ce qui est pourtant souvent pratiqué.

Si aucune surface telle que ΩB ne préexiste, la formation d'un « graben » implique le développement d'une nouvelle rupture et exige donc de vaincre une résistance plus élevée que celle de discontinuités déjà formées : les coefficients de sécurité obtenus par la méthode des blocs seraient alors supérieurs à ceux que nous avons présentés, et la différence avec les méthodes classiques serait moins importante que dans les tableaux présentés plus haut. Mais une discontinuité telle que ΩB , avec caractéristiques mécaniques faibles, peut ne pas avoir été détectée lors des reconnaissances.

La prise en compte d'une rupture interne à la masse instable, donc d'un nouveau mécanisme de rupture possible, ne peut évidemment pas conduire à une augmentation du coefficient de sécurité du talus par rapport au seul glissement sur les surfaces basales, mais elle peut dans certains cas le réduire. En fonction des résistances au cisaillement sur les trois lignes ΩA , ΩB , ΩC , l'influence de la surface de rupture interne ΩB sur le coefficient de sécurité F est variable. Une étude prenant en compte des surfaces de rupture de pentages variables, avec des résistances au cisaillement différenciées suivant les pentages, permettrait de mieux appréhender les configurations où la méthode des blocs doit être préférée aux méthodes classiques, par exemple en utilisant la méthode de [Sarma \(1973\)](#). En tout état de cause, les outils de calcul classiques en rupture non circulaire, avec des surfaces de rupture polygonales présentant un angle marqué, ne devraient être employés qu'avec discernement.

Remerciements. L'auteur remercie Dominique Batista, du CEREMA, qui a bien voulu vérifier certains calculs.

Références

- Blondeau F. 1976. Les méthodes d'analyse de stabilité. *Bull Liaison Lab Ponts Chaussées* spécial II (numéro spécial II : Stabilité des talus – Versants naturels): 56–62.
- Colas G, Pilot G. 1976. Description et classification des glissements de terrain. *Bull Liaison Lab Ponts Chaussées* spécial II (numéro spécial II : Stabilité des talus – Versants naturels): 21–30.
- Donald IB, Chen Z. 1997. Slope stability analysis by the upper bound approach: fundamentals and methods. *Can Geotech J* 34: 853–862.
- Durville JL, Sève G. 1996. Stabilité des pentes : glissements en terrain meuble. *Traité Construction*, chapitre C 254, Techniques de l'Ingénieur, Paris, 16 p.
- Faure RM. 2000. L'évolution des méthodes de calcul en stabilité des pentes. Partie I : méthodes à la rupture. *Rev Fr Geotech* 92: 3–16.
- Fell R, Hungr O, Leroueil S, Riemer W. 2000. Keynote lecture: geotechnical engineering of the stability of natural slopes, cuts and fills in soils. In: *GEOENG 2000, Melbourne*.
- Krahn J. 2003. The 2001 R.M. Hardy lecture: the limits of limit equilibrium analysis. *Can Geotech J* 40: 643–660.
- Maquaire O, Gigot P, Ballais JL. 1984. Étude du glissement du Bouffay (5 août 1981) : réflexions en vue de la prévision et de la prévention. Document BRGM n° 83, pp. 29–41.
- Salençon J. 1983. Calcul à la rupture et analyse limite. Paris : Presses de l'École nationale des Ponts et Chaussées, 366 p.
- Sarma SK. 1973. Stability of embankments and slopes. *Géotechnique* 23: 423–433.

Citation de l'article : Jean-Louis Durville. Note sur les calculs de stabilité des talus avec surface de rupture polygonale. Rev. Fr. Geotech. 2016, 148, 3.