

La détermination des tassements finaux de consolidation : une alternative à la méthode d'Asaoka

F. BAGUELIN

Directeur scientifique
au groupe Terrasol,
Immeuble Hélios,
72, avenue Pasteur,
93108 Montreuil Cedex

Résumé

On a établi une méthode d'ajustement programmable sur tableur, qui s'applique aux fonctions quasi linéaires de la forme : $y = a + b.f(t/c)$, et qui permet de chiffrer les incertitudes des prévisions qui découlent de cet ajustement. On montre qu'un cas d'application est celui des tassements finaux de consolidation, où la méthode suppose un comportement du sol rigoureusement équivalent à celui de la méthode d'Asaoka. Elle présente cependant deux avantages sur celle-ci : d'abord pouvoir chiffrer les incertitudes, ensuite ne pas nécessiter d'intervalles de temps égaux entre les mesures de tassement. On illustre la méthode sur un cas de remblai de culée de l'autoroute de la Maurienne A 43, et l'on montre comment la méthode permet d'appliquer la notion de valeur caractéristique préconisée par l'Eurocode 7 « Géotechnique ».

The determination of final consolidation settlements : an alternative to Asaoka's method

Abstract

A fitting method applicable with a spreadsheet program has been developed for data following a quasi-linear function of the type : $y = a + b.f(t/c)$. The method allows to determine the uncertainties on the predictions which are based on this fitting. It is shown that a domain of application is the determination of final consolidation settlements, where the method implies a soil behaviour strictly equivalent to Asaoka's method. However it has two advantages : first the ability to quantify the uncertainties ; second avoiding the need for strictly equal time intervals between the settlement measurements. The method is illustrated on an abutment embankment case on la Maurienne A43 motorway ; it is shown how the concept of characteristic value recommended by Eurocode 7 « Geotechnical design » can be applied thanks to the method.

Introduction

Les méthodes de calcul du tassement des sols compressibles sous l'effet de charges sont plus ou moins approchées. Il est souvent indispensable de les compléter par des observations du comportement de l'ouvrage afin de faire un pronostic plus fin sur l'évolution finale des tassements.

A cet égard, la méthode graphique d'Asaoka (1978) a constitué une avancée décisive pour la détermination du tassement final de consolidation. Cependant, l'incertitude attachée au résultat est restée un problème mal résolu.

Il est possible d'aborder ces questions, détermination du tassement final et incertitude, d'une autre manière, à la fois simple et efficace, lorsque la loi d'évolution en fonction du temps peut être mise sous la forme :

$$y = a + b.f(t/c) \quad (1)$$

C'est le cas des tassements de fin de consolidation ou de fluage, où la fonction $f(\theta)$, avec $\theta = t/c$, est respectivement une exponentielle ou un logarithme.

Dans le présent article, on présente d'abord la méthode d'ajustement et d'extrapolation proposée, puis on l'applique à la première catégorie de problèmes, celle des tassements finaux de consolidation, en s'appuyant sur un exemple de chantier réel.

La méthode d'ajustement

On suppose connue la forme de la loi d'évolution de la grandeur y en fonction du temps t , sous la forme générale :

$$y = F(t, a_1, \dots, a_j, \dots, a_m) \quad j = 1 \text{ à } m \quad (2)$$

Les m paramètres a_j de la loi (2) sont à déterminer d'après les résultats de n observations ($n > m$) :

$$t_j, y_j \quad i = 1 \text{ à } n$$

Ces observations sont effectuées avec une incertitude d'écart type σ_y sur la grandeur y , incertitude supposée petite et obéir à une loi normale. On suppose qu'on en connaît une première estimation, s_{y0} , d'après la procédure de mesure de y .

Le premier problème à résoudre est donc de trouver les valeurs des paramètres a_j qui donnent l'ajustement optimal.

Une fois cette question résolue, on peut alors calculer les valeurs de toute grandeur w qui soit fonction des mêmes paramètres que y , c'est-à-dire de la forme :

$$w = G(t, a_1, \dots, a_j, \dots, a_m) \quad j = 1 \text{ à } m \quad (3)$$

Le cas où la grandeur w recherchée est y n'est qu'un cas particulier, pour lequel la fonction de prévision G est identique à la fonction d'ajustement F .

Le deuxième problème à résoudre est de déterminer les incertitudes sur les paramètres a_j et sur les prévisions de w . On s'attachera en particulier à déterminer une valeur caractéristique G_k au sens des Eurocodes, c'est-à-dire avec un risque de mise en défaut d'au plus 5 %.

Recherche de l'ajustement optimal

Le nombre d'observations étant surabondant par rapport au nombre d'inconnues ($n > m$), et la variable y étant supposée normale, on détermine les paramètres a_j de manière à minimiser la somme des écarts quadratiques :

$$S_r^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - F_i)^2 \quad (4)$$

Dans le cas général d'une fonction F quelconque, non linéaire, il existe des procédures de recherche du minimum, en particulier l'algorithme de Marquardt (1963).

Dans le cas particulier où la fonction F prend la forme de l'équation (1), avec les trois paramètres :

$$a_1 = a \quad a_2 = b \quad a_3 = c$$

on peut avoir recours à une méthode « semi-manuelle » très simple d'approximations successives, aisément programmable sur tableur.

Posons en effet :

$$X = f(t/c)$$

On fixe une première valeur d'essai du paramètre c :

$$c = c_1$$

On peut alors calculer les n valeurs X_i correspondant aux temps d'observation t_i . La recherche des coefficients a et b minimisant S_r^2 est alors un problème de régression linéaire sur les n couples (y_i, X_i) , problème résolu automatiquement par les fonctions incorporées au tableur. On obtient alors une première valeur $(S_r^2)_1$ de la somme des écarts quadratiques.

On essaye ensuite d'autres valeurs de c : c_2, c_3, \dots auxquelles correspondent diverses valeurs de S_r^2 : $(S_r^2)_2, (S_r^2)_3, \dots$. Par tâtonnements, il est facile et rapide de trouver la valeur c qui minimise S_r^2 , et qui donne aussi l'optimum pour la régression non linéaire.

Prévisions et détermination des variances

Les paramètres a, b et c étant déterminés, on peut effectuer une prévision G de w , pour un temps t donné, à l'aide de l'équation (3). Il est également possible d'évaluer les incertitudes sur cette prévision, d'abord en calculant les variances, puis des intervalles de confiance, ou bien une valeur caractéristique G_k .

A l'optimum, les formules de la régression linéaire, incorporées dans le tableur, donnent les écarts types sur les paramètres a et b , soit σ_a et σ_b , mais ces valeurs ne sont pas ici appropriées, car elles supposent l'incertitude nulle sur le paramètre c .

Pour la régression non linéaire, à m paramètres a_j , la détermination des écarts types se fait comme suit :

– on réestime l'écart type σ_y de la variable mesurée, y , par la valeur s_{y1} découlant de la formule :

$$s_{y1}^2 = S_r^2 / (n - m) \quad (5)$$

$v = (n - m)$ étant le nombre de degrés de liberté (ddl) de la variable $\chi^2 = S_r^2 / \sigma_y^2$;

– on compare s_{y1} à s_{y0} : $\Psi = S_{y1} / S_{y0}$;

– en général, on trouve $\Psi \neq 1$, ce qui traduit :

- si $\Psi > 1$:

- soit une sous-estimation de l'écart type des données par s_{y0}
- soit une mauvaise adaptation de la forme de la loi F ;
 - si $\Psi < 1$: une surestimation de l'écart type des données par s_{y0}

Sauf à rejeter la forme de la loi F si $\Psi \gg 1$, on adopte la valeur réajustée s_{y1} comme estimateur de l'écart type des données ;

- on forme alors la matrice [D] de dimension m x m et de terme :

$$D_{jk} = \frac{1}{s_{y1}^2} \sum_{i=1}^n [F_{ji} \cdot F_{ki}] \quad \text{avec} \quad F_{ji} = \frac{\partial F(t_i)}{\partial a_j} \quad (6)$$

- la matrice des covariances [V] des paramètres a_j , de dimension m x m, est l'inverse de [D] :

$$[V] = [D]^{-1} \quad (7)$$

- l'écart type σ_{aj} sur le paramètre a_j est estimé par s_{aj} :

$$s_{aj} = \sqrt{V_{jj}}$$

- l'écart type σ_G sur la fonction G, pour une prévision de w au temps t, est estimé par s_G :

$$s_G = \sqrt{[G']^T \cdot [V] \cdot [G']} \quad (8)$$

avec : [G'] = matrice colonne des dérivées G'_{jt} :

$$G'_{jt} = \frac{\partial G(t)}{\partial a_j}$$

et [G']^T = matrice transposée.

2.3

Détermination des incertitudes et des valeurs caractéristiques

Une fois qu'on dispose, pour le temps t, de la valeur probable G de la grandeur w et de l'écart type s_G , il s'agit de déterminer l'incertitude sur ce résultat, par exemple sous la forme de « valeur caractéristique » G_k de la grandeur G, au sens des Eurocodes.

Ceux-ci fixent le risque de franchissement η et le niveau de confiance P attachés à une valeur caractéristique :

$$\eta = 5 \% \quad P = 1 - \eta = 95 \%$$

Selon que la valeur caractéristique G_k ne doit pas être dépassée par le bas ou par le haut, on définit deux valeurs caractéristiques : inférieure $G_{k,inf}$ et supérieure $G_{k,sup}$, qui sont données par les expressions suivantes :

$$G_{k,inf} = G - t_s(v; P) \cdot s_G \quad (9)$$

$$G_{k,sup} = G + t_s(v; P) \cdot s_G \quad (10)$$

La fonction $t_s(v, P)$ est la variable de Student t_s à $v = n - m$ degrés de liberté, pour la probabilité $P = 1 - \eta = 95 \%$, les valeurs sont données au tableau I. La limite de t_s pour n infini est la valeur de la loi normale réduite, soit 1,65.

TABLEAU I Variable de Student t_s (v, P = 95 %).
Student's variable t_s (n, P = 95%)

v	1	2	3	4	5	6	7	8	10	15	∞
t_s	6,31	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,86	1,81	1,75	1,73	1,65

On remarque que les valeurs caractéristiques $G_{k,inf}$ et $G_{k,sup}$ au niveau de probabilité de 95 %, donnent un intervalle de confiance centré au niveau de probabilité de 90 %. On peut l'appeler « intervalle caractéristique » et, lorsque t varie, on obtient un « fuseau caractéristique ».

La démarche qui permet d'aboutir aux équations (9) et (10) peut être présentée succinctement de la manière suivante. On forme la variable aléatoire de Student t_s à partir du quotient N/D de deux variables aléatoires :

- $D = \sqrt{(\chi^2/v)}$; on prend évidemment la variable avec $\chi^2 = S_r^2/\sigma_y^2$ avec S_r^2 selon l'équation (4). Son nombre de degrés de liberté, $v = n - m$, sera également celui de la variable t_s . D'après l'équation (5), il vient alors :

$$D = \frac{s_{y1}}{\sigma_y}$$

- N doit être une variable normale réduite. On considère la variable aléatoire normale g, qui est la prévision selon le modèle (3) avec les incertitudes liées à celles des mesures, à travers les paramètres a_j . La moyenne de cette variable est la valeur G calculée par (3) avec les valeurs optimisées des a_j . Son écart type σ_G est estimé par s_G selon l'équation (8). s_G est relié à l'estimation s_{y1} de σ_y selon la chaîne d'équations (5) à (8) et lui est proportionnel. Cette estimation suppose : $\sigma_G/\sigma_y = s_G/s_{y1}$. La variable aléatoire $(g - G)/\sigma_G$ est donc normale et réduite ; elle prend la forme :

$$N = \frac{g - G}{\sigma_y} \frac{s_{y1}}{s_G}$$

- il vient alors pour le quotient $t_s = N/D$:

$$t_s = \frac{g - G}{s_G}$$

d'où l'on déduit les équations (9) et (10).

Si la grandeur w est une grandeur susceptible d'être mesurée, avec σ_w comme écart type de mesure, et que l'on désire donner une valeur caractéristique sur une mesure, il faut alors prendre au lieu de g la variable aléatoire $(w - g)$, qui a une moyenne nulle et dont la variance σ^2 vaut :

$$\text{Var}(w - g) = \text{Var}(w) + \text{Var}(g)$$

soit :

$$\sigma^2 = \sigma_w^2 + \sigma_G^2$$

La variable N s'écrit alors :

$$N = \frac{w - g}{\sigma_y} \frac{s_{y1}}{\sqrt{s_{y1}^2 q^2 + s_G^2}}$$

avec : $q = \sigma_w/\sigma_y$

Et la variable de Student devient :

$$t_s = \frac{w - g}{\sqrt{s_{y1}^2 q^2 + s_G^2}}$$

On en déduit par exemple la valeur caractéristique supérieure $w_{k,sup}$ d'une mesure de w :

$$w_{k, \text{sup}} = G + t_s(n - m; 95\%) \quad \text{avec } s_w = \sqrt{s_{y1}^2 + s_G^2} \quad (11)$$

Pour appliquer cette équation, il faut pouvoir évaluer q . Un cas particulier important est celui où w est une grandeur de même nature et de même écart type que la grandeur y . On a alors : $q = 1$.

Notons que les équations (9) et (10) s'appliquent à la fonction F de prévision du tassement y , en utilisant simplement pour fonction G la fonction F . Pour (11), on a évidemment $q = 1$ dans ce cas, et par exemple, (10) et (11) deviennent respectivement :

$$F_{k, \text{sup}} = F + t_s(n - m; 95\%) \cdot s_F \quad (12)$$

et :

$$y_{k, \text{sup}} = F + t_s(n - m; 95\%) \cdot s_y \quad \text{avec } s_y = \sqrt{s_{y1}^2 + s_F^2} \quad (13)$$

La figure 1 illustre les fuseaux caractéristiques, soit des grandeurs étudiées, F_k ou G_k , soit de leurs points de mesures, y_k ou w_k .

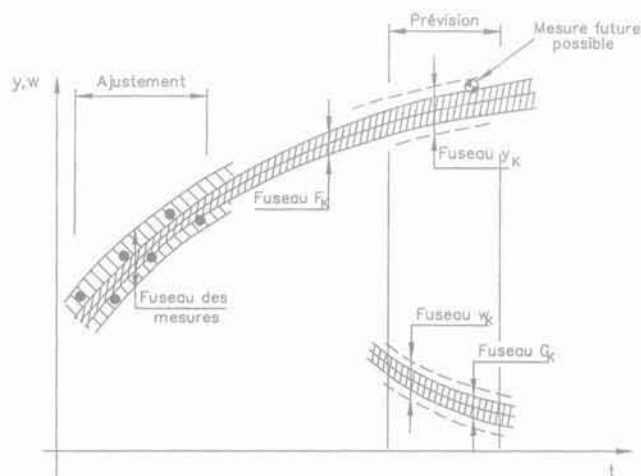


FIG. 1 Fuseaux caractéristiques des grandeurs, F_k et G_k , et de leurs mesures, y_k et w_k . Characteristics bands of quantities F_k and G_k and of their measurements y_k and w_k .

3

Application au tassement de fin de consolidation

3.1

La loi de fin de consolidation

D'après la théorie classique de Terzaghi, le degré U de consolidation d'une couche d'épaisseur $2H$, drainée sur deux faces et de coefficient de consolidation c_v , s'écrit :

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\pi^2}{4} (2m-1)^2 T\right] / (2m-1)^2$$

avec : $T = c_v t / H^2$

Pour $T > 0,3$ (et alors : $U > 60\%$), seul le premier terme de la somme subsiste, d'où :

$$U \approx 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} T\right) \approx 1 - 0,81 \exp(-2,47t)$$

Ainsi en fin de consolidation, en désignant le tassement final de consolidation par y_f , le tassement $y(t)$ est de la forme (1), avec :

$$a = y_f$$

$$b = -8/\pi^2 \cdot y_f = -0,81 y_f$$

$$c = 4 H^2 / (\pi^2 c_v) = 0,405 H^2 / c_v$$

Cependant, on adoptera une forme plus générale que la loi de Terzaghi en ne fixant pas le rapport b/a à sa valeur théorique de $-0,81$, soit :

$$y = y_f + b \cdot \exp(-t/c) \quad (14)$$

Cette généralisation peut refléter le fait que la loi de Terzaghi n'est qu'approchée, car le module de déformation ou la perméabilité ne sont pas constants au cours d'un palier de consolidation. Elle est aussi motivée par le fait que, dans la pratique, la charge n'est pas appliquée instantanément comme le veut la théorie, et qu'ainsi il existe une incertitude sur l'origine du temps de la formule théorique, incertitude que l'on peut répercuter sur le paramètre b :

$$b = b' \cdot \exp[-\Delta t/c]$$

avec : $t = t' + \Delta t$ et t' , b' , les paramètres de la théorie.

Avec la forme généralisée (14), on peut donc travailler sur des tassements y et des temps t dont l'origine est arbitraire.

Les expressions (6) des dérivées F' sont :

$$F'_1 = F'_a = 1$$

$$F'_2 = F'_b = X = e^{-t/c}$$

$$F'_3 = F'_c = b \cdot t \cdot e^{-t/c} / c^2 = bt \cdot X / c^2$$

Dans le cas où l'on s'intéresse au tassement résiduel de consolidation, la fonction G s'écrit :

$$\Delta y = F(t_w) - F(t) = G$$

$$G = -b \cdot e^{-t/c} \quad (15)$$

et :

$$G'_a = 0 \quad G'_b = -F'_b \quad G'_c = -F'_c$$

On notera qu'on a alors : $\sigma_w = \sigma_y$, donc $q = 1$, car le tassement résiduel est la différence de deux mesures, tout comme le tassement y , la mesure du zéro constituant en général la première mesure.

3.2

Équivalence du modèle de comportement avec celui d'Asaoka

Dans la méthode d'Asaoka, il convient de suivre les tassements de consolidation y_i suivant un pas de temps Δt constant, mais arbitraire :

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

En portant dans un graphique y_i en fonction de y_{i-1} , on obtient des points M_i qui s'alignent et la droite correspondante coupe la bissectrice à la valeur du tassement final de consolidation y_w . C'est la construction d'Asaoka (Fig. 2).

En réalité, cette méthode revient à supposer que la loi de fin de consolidation est de la forme (14).

En effet, considérons le tassement résiduel $r_i = y_w - y_i$. Le triangle $M_i N_i N_w$ restant semblable à lui-même, le rapport $R = r_i / r_{i-1}$ reste constant pour Δt fixé, si bien que la suite (r_i) est une progression géométrique de raison $R (< 1)$. Par exemple, sur l'intervalle de temps $[t_0; t_p] = [t_0 + p \cdot \Delta t]$, avec p pas Δt , on a :

$$r_p = r_0 \cdot R^p = r_0 \cdot e^{-p \cdot \Delta t / c}$$

Exemple d'application sur l'A 43

Le projet de préchargement d'une culée

Sur le chantier de l'autoroute de la Maurienne (A 43), à Saint-Michel-de-Maurienne, le viaduc de la Saussaz est situé à la limite d'éboulis de pente et des alluvions de l'Arc. Au droit de la culée C0, il y a ainsi 25 m de formations modérément compressibles ; sous les 12 m de remblai prévus, le tassement a été estimé à environ 15 cm. De manière à éviter une surcharge trop importante des pieux par frottement négatif, il a été décidé de faire un préchargement avec le remblai à la hauteur finale prévue, de le maintenir pendant le temps nécessaire à l'obtention d'un tassement résiduel de consolidation de 16 mm, puis d'enlever la tranche supérieure de 5 m de remblai afin de réaliser les pieux de la culée.

D'après l'expérience locale des durées de consolidation, la durée du préchargement avait été estimée à un mois. Il était prévu d'ajuster sa durée exacte en observant le tassement du remblai et en exploitant les mesures selon la méthode d'Asaoka.

On notera que la limite visée de 16 mm concerne le tassement résiduel de consolidation. Une petite marge, de 30 %, avait été prévue par rapport au résultat du calcul d'interaction de frottement négatif, de manière à couvrir les éventuels effets du fluage. On peut penser que cette marge est relativement faible, puisqu'elle représente 5 mm de tassement, mais il faut remarquer que, dans le calcul d'interaction, on n'a pas tenu compte des phénomènes de fluage, qui interviennent aussi dans la mobilisation du frottement latéral. L'état des connaissances ne permet pas de le faire ; les négliger compense en partie la non prise en compte des tassements de fluage et explique la faible marge retenue.

Le suivi du tassement a été fait au centre du remblai par quatre tassomètres, T1 à T4. La précision annoncée est de l'ordre du centimètre (10 mm).

L'application de la méthode d'Asaoka

C'est la méthode d'Asaoka qui a été appliquée sur le chantier.

Le tableau II présente les relevés des tassomètres du 19/12/97 au 12/01/98. L'exploitation en a été faite dès le 05/01/98. Le pas de temps Δt est théoriquement de 3,5 jours, donnant 8 intervalles sur la période prévue de 1 mois. Cependant, pour des raisons pratiques, la valeur théorique n'a pas été respectée rigoureusement : les mesures de numéro impair sont faites à partir de 10 heures du matin, tous les 7 jours ; les mesures de numéro pair sont faites dans l'intervalle, le troisième jour après une mesure de numéro impair, mais à partir de 14 heures au lieu de 22 heures, afin d'éviter un relevé de nuit. Il a donc fallu corriger les mesures paires ; ceci a été fait par une interpolation linéaire pour les mesures paires encadrées par deux mesures impaires ; dans le cas où la dernière mesure est paire, on lui a appliqué la même correction que pour la mesure paire précédente.

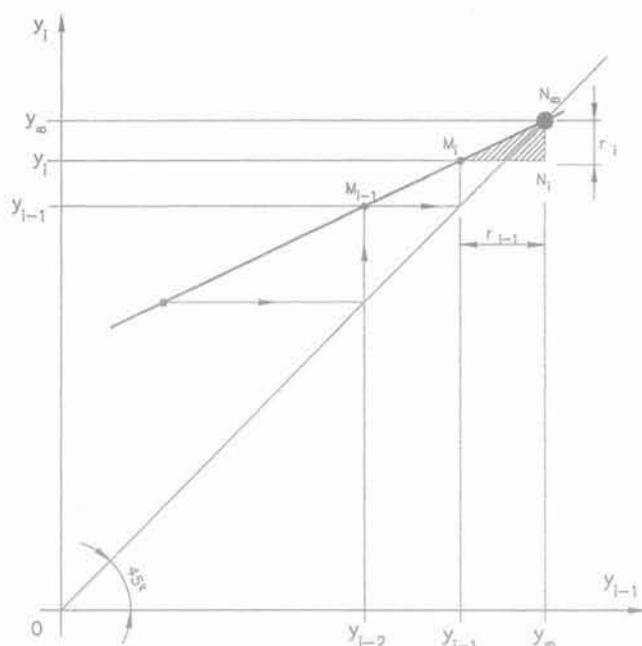


FIG. 2 Principe du graphique d'Asaoka.
Principle of Asaoka's graph.

Considérons maintenant, sur le même intervalle de temps $[t_0, t_p]$ une seconde suite de mesures (r'_k) effectuée avec q pas de temps $\Delta t'$, tels que :

$$p \cdot \Delta t = q \cdot \Delta t'$$

$$\text{Alors : } r'_q = r'_0 \cdot R'_q = r'_0 \cdot e^{-q \cdot \Delta t' / c'}$$

$$\text{Comme : } r'_0 = r_0 \text{ et } r'_q = r_q, \text{ il vient : } c' = c.$$

Le paramètre c est donc indépendant du pas de temps choisi. On peut donc écrire :

$$r(t) = r_0 \cdot e^{-t/c}$$

$$\text{soit : } y(t) = y_\infty - (r_0 \cdot e^{t/c}) \cdot e^{-t/c}$$

Cette relation est bien de la forme (14).

Inversement, l'équation (14) donne un tassement résiduel r suivant l'équation (15), qui, pour une suite arithmétique de temps au pas Δt , t_0, \dots, t_p, \dots , donne une progression géométrique de tassements résiduels, r_0, \dots, r_p, \dots , justiciable de la construction d'Asaoka.

L'équivalence entre la loi (14) et le modèle de comportement de la méthode d'Asaoka est donc établie.

Les deux méthodes sont donc soumises aux mêmes limitations théoriques, liées essentiellement à l'absence de prise en compte du fluage et aux hypothèses simplificatrices du modèle de consolidation de Terzaghi : schématisation du sol compressible sous forme d'une seule couche caractérisée par des coefficients constants de déformabilité, m_v , de perméabilité, k , avec des conditions de drainage idéales sur les faces inférieure et supérieure, soit drainage parfait sur les deux faces, soit drainage parfait sur une face avec imperméabilité sur l'autre face.

Cependant, l'expérience montre qu'en pratique, le domaine d'application n'est pas aussi limitatif que ne leur laisserait craindre l'énoncé des conditions théoriques en ce qui concerne la consolidation. La limitation la plus importante semble bien être l'absence de prise en compte du fluage. Il a été montré par ailleurs, par exemple Magnan et Deroy (1980), que le fluage pouvait se traduire, dans le graphique d'Asaoka, par un changement de direction des points représentatifs.

TABLEAU II Mesures des tassomètres T1 à T4 (culée C0, A43).

Measurements of settlement cells T1 to T4 (C0 abutment, motorway A 43).

N° i	Date - heure	Δt (jours)	T1 (mm)	T2 (mm)	T3 (mm)	T4 (mm)	Moy. s_i (mm)	Corr. (*) Δs	Moy. Corr. s'_i
1	19/12/97 - 10	-	123	127	132	100	120,50	0,00	120,50
2	22/12/97 - 14	3,17	128	136	139	104	126,75	0,55	127,30
3	26/12/97 - 10	3,83	132	142	145	109	132,00	0,00	132,00
4	29/12/97 - 14	3,17	135	146	150	112	135,75	0,44	136,19
5	02/01/98 - 10	3,83	140	151	155	119	141,25	0,00	141,25
6	05/01/98 - 14	3,17	145	152	159	120	144,00	0,20	144,20
7	09/01/98 - 10	3,83	147	153	160	122	145,50	0,00	145,50
8	12/01/98 - 14	3,17	148	153	162	123	146,50	0,20	146,70

(*) $\Delta s = (s_{i+1} - s_{i-1})/2$ pour i pair ; = 0 pour i impair.

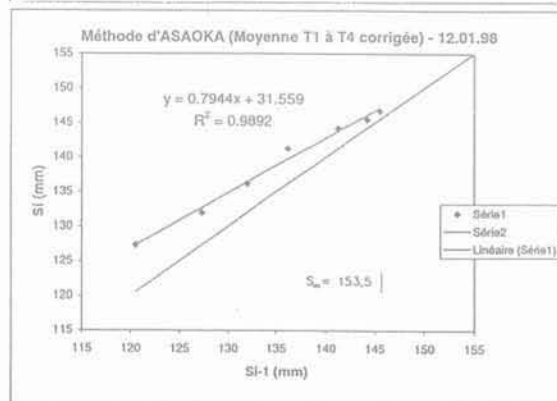
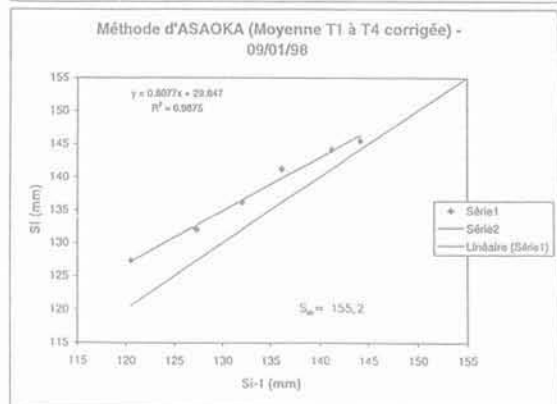
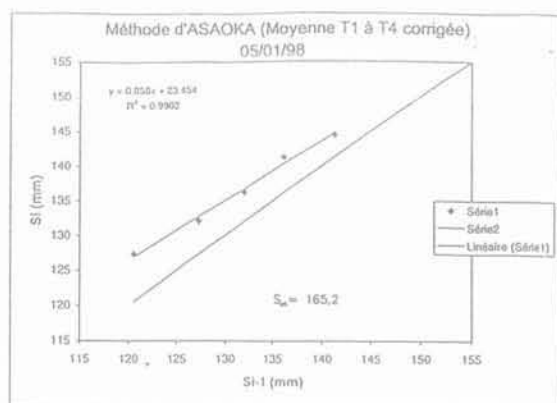


FIG. 3 Application de la méthode d'Asaoka - Culée C0 du viaduc de la Saussaz (A 43). Application of Asaoka's method at the C0 abutment of La Saussaz Bridge.

La figure 3 montre l'application de la méthode d'Asaoka aux dates des trois dernières mesures, à savoir : 05/01/98, 09/01/98 et 12/01/98. On a choisi d'ajuster la droite d'Asaoka sur les points de mesure par la méthode des moindres carrés. Cette procédure présente l'avantage, par rapport à un tracé au jugé, de fournir un résultat indépendant de l'opérateur, donc fidèle. Elle n'est pas exacte pour autant, et elle ne peut prétendre servir de base à une détermination des incertitudes. En effet, pour que la droite des moindres carrés ait un sens en termes de probabilités, il faudrait que les abscisses des points soient certaines, que leurs ordonnées soient des variables aléatoires indépendantes, suivant une même loi normale. Ces conditions ne sont pas réalisées par les points de la droite d'Asaoka, car une variation aléatoire δy_i sur la mesure y_i a une double répercussion : sur l'ordonnée du point M_i et sur l'abscisse du point M_{i+1} .

L'évolution de la prévision du tassement final de consolidation s_∞ est donnée au tableau III.

On constate que les droites d'ajustement sont peu inclinées sur la bissectrice, et donc l'intersection peut être fortement affectée par la dispersion des points de mesures, surtout au 05/01/98, où l'intersection est encore assez éloignée, mais il est difficile de chiffrer cette incertitude.

TABLEAU III Prévisions selon la méthode d'Asaoka (tassements en mm).

Date	05/01/98	09/01/98	12/01/98
y_i	144,0	145,5	146,5
y_i corrigé	144,2	145,5	146,7
y_∞	165,2	155,2	153,5
w résiduel (= $y_\infty - y_i$ corrigé)	21,2	9,7	7,0
y_i lissé actuel	144,7	146,3	147,1
y lissé au 12/01/98	150,1	148,0	147,1
w résiduel lissé actuel ($y_\infty - y_i$ lissé actuel)	20,5	8,9	6,4
w résiduel lissé au 12/01/98	15,1	7,2	6,4

FINCONSOL @ Terrasol									
y = F(t) F = a + b . exp(-t/c)		PROJET : A43 - TOARCH 1-2 Viaduc de la Saussaz							
Données : s _{y0} = 1,7		CAS : Prêchage de C0							
19/12/97 10:00 (= date origine des temps)		Moyenne T1 à T4							
23/97 10:00 (= date origine des tassements)		Mesures au 09/01/98							
Ajustement		Prévision des valeurs caractéristiques							
a = 159,85 S ² _{est} = 3,109	b = -39,31 s _{y1} = 0,73	c = 19 v = 0,43	s _{y0} = 4,91	s _{y1} = 4,60	t ₀ (50%) = 2,10	s _y = 4,01	v = 4		
Observations :		Prévision des valeurs caractéristiques							
Date (t)	y	t (jours)	F	s _y	F _{k,sup}	F _{k,inf}	s _y	G _{k,sup}	G _{k,inf}
19/12/97 10:00	120,50	0,00	120,54	0,66	118,14	121,94	0,98	118,46	122,63
23/12/97 14:00	126,75	3,17	126,42	0,40	125,87	127,27	0,83	124,66	128,19
26/12/97 10:00	132,00	7,00	132,35	0,42	131,48	133,25	0,84	130,56	134,14
29/12/97 14:00	135,75	10,17	136,42	0,41	128,53	137,30	0,84	134,82	138,20
2/1/98 10:00	141,25	14,00	140,62	0,38	129,76	141,28	0,81	138,79	142,24
5/1/98 14:00	144,00	17,17	143,33	0,39	142,51	144,16	0,82	141,58	145,09
9/1/98 10:00	145,50	21,00	146,17	0,60	144,88	147,45	0,94	144,15	148,18
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
01/00 0:00	0,00								
(*) dates par ordre croissant									
Prévision		Prévision des valeurs caractéristiques							
Date	t (jours)	F	s _y	F _{k,sup}	F _{k,inf}	s _y	G _{k,sup}	G _{k,inf}	
9/1/98 10:00	21,00	148,17	0,60	144,08	147,40	0,94	144,15	148,18	
12/1/98 14:00	24,17	148,11	0,66	146,27	149,96	1,13	145,71	150,52	
14/1/98 8:00	25,92	149,06	1,02	146,87	151,24	1,20	146,39	151,74	
16/1/98 10:00	28,00	150,09	1,22	147,47	152,68	1,42	147,05	153,10	
t ans									
5	1826	158,85	4,91	148,38	169,32	4,56	148,27	169,43	
20	7305	159,85	4,01	148,38	169,32	4,56	148,27	169,43	
Tassement résiduel, w = -b.exp(-t/c) = G									
Date	t (jours)	F	s _y	G _{k,sup}	G _{k,inf}	s _y	w _{k,sup}	w _{k,inf}	
9/1/98 10:00	21,00	126,68	4,45	3,18	22,19	4,51	3,06	23,31	
12/1/98 14:00	24,17	10,74	4,15	1,99	19,58	4,21	1,78	16,72	
14/1/98 8:00	25,92	9,79	3,97	1,32	18,26	4,04	1,18	18,41	
16/1/98 10:00	28,00	8,78	3,76	0,75	16,80	3,83	0,60	16,85	
t ans									
5	1826	0,00	0,00	0,00	0,00	0,73	-1,55	1,85	
20	7305	0,00	0,00	0,00	0,00	0,73	-1,55	1,55	

FIG. 4 Application du tableur FINCONSOL au 09/01/98.
Application of FINCONSOL spreadsheet on 09/01/98.

A la date du 05/01/98, il fut envisagé de prévoir de décharger le remblai de préchargement le 14/01/98, car le tassement résiduel lissé prévu pour le 12/01/98 était

en dessous du seuil (15 mm contre 16 mm), mais, compte tenu de la dispersion des points de mesure, la décision définitive fut repoussée au 09/01/98. Les mesures du 09/01/98, puis du 12/01/98, ont cependant confirmé ce pronostic.

4.3

Application de la méthode proposée

Un programme « tableur » : FINCONSOL, a été développé pour appliquer la méthode générale exposée au chapitre 2 au cas particulier du tassement de fin de consolidation et du tassement résiduel.

Les figures 4 et 5 en montrent l'application au cas de la culée C0, pour les mesures jusqu'au 09/01/98. Des feuilles analogues ont été établies pour les échéances voisines du 05/01/98 et du 12/01/98. Le tableau IV en indique les principaux résultats.

On constate les point suivants :

- l'estimation préliminaire s_{y0} de l'écart type des mesures a été prise égale à 1,7 mm. Ce chiffre est déduit de la précision annoncée pour un tassomètre (± 10 mm) en deux étapes : une réduction par $\sqrt{4} = 2$, tenant compte de ce que l'on opère sur la moyenne de quatre résultats, correspondant à quatre appareils ; une réduction par 3, nombre d'écarts types supposé représenter la précision annoncée pour la mesure ;

- la réévaluation de l'écart type donne :

$$s_{y1} = 0,53 \text{ à } 0,79 \text{ mm et } \Psi = 0,31 \text{ à } 0,46.$$

Comme $\Psi (= s_{y1}/s_{y0})$ est inférieur à l'unité, il n'y a pas de problème pour accepter le modèle de l'équation (14) pour l'évolution des tassements ;

- au 05/01/98, le tassement résiduel probable vaut : $G = 26,3$ mm, valeur supérieure au seuil prévu de 16 mm, et

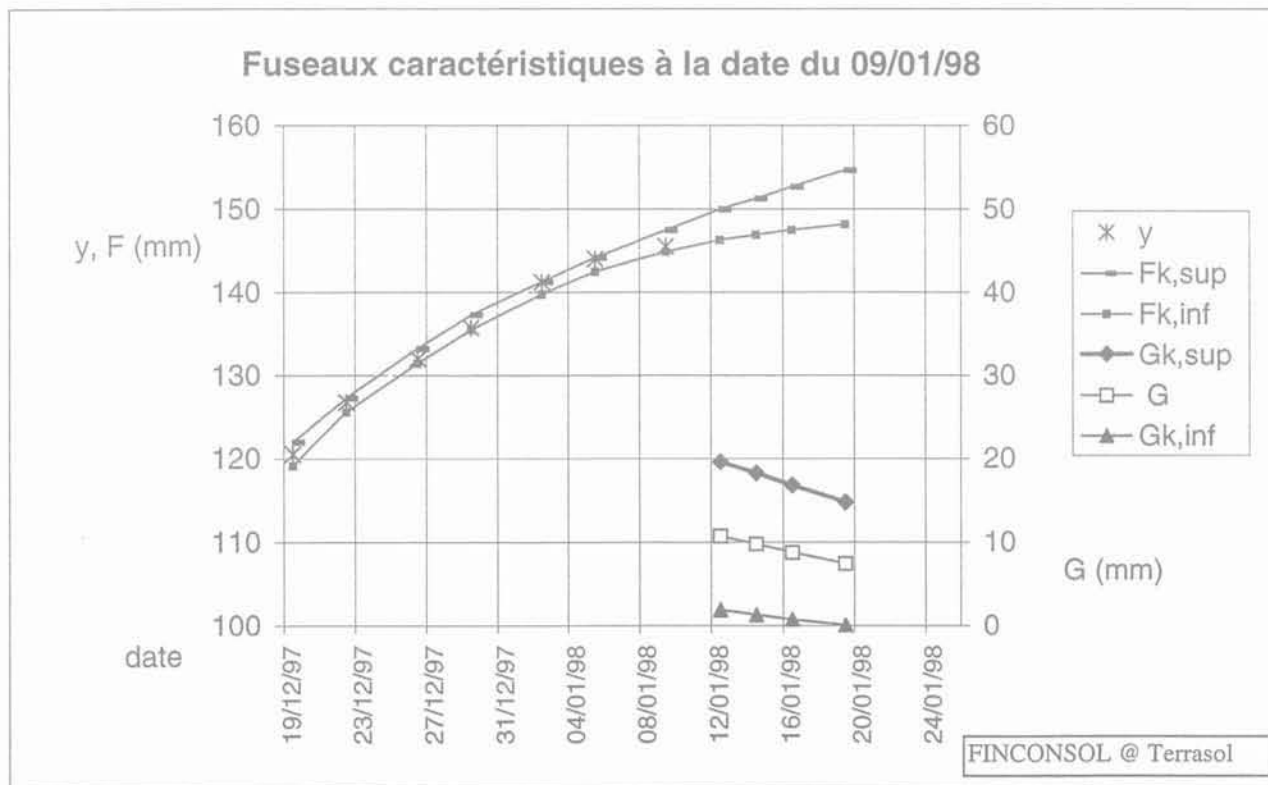


FIG. 5 Prêchage de C0 - Fuseaux caractéristiques au 09/01/98.
Preloading of C0 - Characteristic bands on 09/01/98.

TABLEAU IV Prévisions selon la méthode proposée (tassements en mm).

Date	05/01/98	09/01/98	12/01/98
N, nombre de mesures	6	7	8
v	3	4	5
Ψ	0,31	0,43	0,46
F_j	144,1	146,2	147,2
F_w	170,4	158,9	154,8
$t_s(v, 95\%)$	2,35	2,13	2,02
Valeurs prévues pour le tassement résiduel à la date de mesure (= valeurs actuelles)			
G actuel	26,3	12,7	7,6
s_G actuel	10,6	4,45	2,35
$G_{k, sup}$ actuel	51,2	22,2	12,3
Valeurs prévues pour le 14/01/986			
G	19,0	9,8	6,8
s_G	9,47	3,97	2,22
$G_{k, sup}$	41,3	18,3	11,3
$S_w = \sqrt{(S_G^2 + S_{y1}^2)}$	9,49	4,04	2,36
$w_{k, sup}$	41,3	18,4	11,6

sa valeur caractéristique est largement au-dessus : $G_{k, sup} = 51,2$ mm. Ceci reflète l'incertitude due au faible nombre de mesures, puisque l'écart type sur G vaut alors : $s_G = 10,6$ mm ;

- à la même date du 05/01/98, la prévision de tassement résiduel pour le 14/01/98 donne : $G = 19,0$ mm ; $G_{k, sup} = 41,3$ mm. La valeur probable est voisine du seuil d'acceptation, mais elle n'est pas encore fiable ;

- à la date du 09/01/98, les valeurs probables, actuelle ($G = 12,7$ mm) et prévue pour le 14/01/98 ($G = 9,8$ mm), passent en dessous du seuil d'acceptation de 16 mm ; la valeur caractéristique prévue pour le 14/01/98 : $G_{k, sup} = 18,3$ mm, en est très proche. La décision de décharger effectivement au 14/01/98 pourrait être prise à ce moment ;

- la valeur caractéristique $w_{k, sup}$, prévue pour le 14/01/98, qui constitue, on le rappelle, la borne supérieure des valeurs susceptibles d'être mesurées à cette date, est peu différente de $G_{k, sup}$, car l'écart type de la mesure, estimé par s_{y1} , est faible par rapport à l'écart type estimé s_G de la fonction de prévision G (0,53 mm, 0,73 mm et 0,79 mm contre respectivement 9,5 mm, 4,0 mm et 2,2 mm).

On voit sur cet exemple que, grâce aux indications des incertitudes, la présente méthode aurait permis de prendre une décision en meilleure connaissance de cause.

Il montre aussi qu'avec une précision des tassements du même ordre de grandeur que le seuil d'acceptation (10 mm contre 16 mm), donc *a priori* rédhitoire, on peut réduire les incertitudes à un niveau acceptable en multipliant les points élémentaires de mesure, et ceci de deux manières différentes : augmentation du nombre d'appareils de mesure

(quatre dans le cas présent), nombre suffisant de relevés sur la période susceptible de donner lieu à la première interprétation. Le nombre minimal semble bien être de 7 relevés, soit 6 intervalles de temps, et l'optimum de 9 relevés, soit 8 intervalles.

5

Résumé et conclusion

On a établi une méthode d'ajustement aisément programmable sur tableur, qui s'applique aux fonctions quasi linéaires de la forme : $y = a + b \cdot f(t/c)$, et qui permet de chiffrer les incertitudes relatives aux prévisions qui découlent de cet ajustement, notamment sous la forme de valeurs caractéristiques, au sens des Eurocodes.

Un cas d'application est celui des tassements de fin de consolidation et de la prévision des tassements résiduels. La méthode proposée constitue alors une alternative intéressante à la méthode graphique d'Asaoka. On a montré que les modèles de comportement sous-jacents étaient rigoureusement équivalents. S'il est vrai que le graphique d'Asaoka constitue une représentation très parlante des résultats, la méthode proposée présente deux avantages par rapport à celle d'Asaoka :

- elle permet de s'affranchir de la contrainte d'avoir des intervalles de temps strictement égaux entre les mesures de tassement. En principe, ils peuvent être quelconques, mais on a cependant intérêt, pour la précision du calcul, à répartir au mieux les points de mesure sur l'échelle du temps. Cette souplesse de la méthode facilite l'organisation pratique des mesures. Elle permet aussi de faire face à des imprévus, qu'il est difficile, voire impossible, de surmonter avec la

méthode d'Asaoka : par exemple, exploiter des mesures qui n'étaient pas conçues au départ dans ce but ; ou bien adapter facilement les intervalles de temps dans le cas où les premières mesures indiquent un rythme de consolidation très différent de celui escompté, soit plus rapide, soit plus lent ;

- elle permet de chiffrer les incertitudes sur les tassements finaux et les tassements résiduels de consolida-

tion, et de déterminer des valeurs caractéristiques. Ceci peut faciliter la prise de décisions sur le chantier.

On peut remarquer qu'avec ce dernier aspect, la méthode proposée s'inscrit bien dans la tendance actuelle de l'Eurocode 7 « Géotechnique » de mieux définir la sécurité attachée aux valeurs de calcul des paramètres géotechniques, notamment par le biais de la notion de valeur caractéristique.

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie la Société Française du Tunnel Routier du Fréjus (SFTRF), qui a bien voulu autoriser la publication des données relatives au viaduc de la Saussaz, ainsi que le bureau SETEC, maître d'œuvre, et l'entreprise SPIE CITRA Sud-Est, en charge de la construction. Mes remerciements vont également à Monsieur Vidal Cohen, chef du Département Mathématiques et Informatique de l'École nationale des ponts et chaussées, pour son aide en matière de probabilités.

Bibliographie

Asaoka A. – « Observational procedure of settlement prediction ». *Soil and Foundations*, vol. 18, n° 4, déc. 1978.
Magnan J.-P., Deroy J.-M. – « Analyse gra-

phique des courbes de consolidation ». *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, n° 109, sept.-oct. 1980.

Marquardt – « An algorithm for least squares estimation of non linear parameters ». *Journal of the Society for Industrial and Applied mathematics*, vol. 11, 1963.